

Korrelationsfunktion und Leistungsspektrum von fast periodischen Signalen nicht vollständiger Perioden

Correlation function and power spectrum from almost periodic signals with incomplete periods

L. Diaz, H. Nobach

Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation, Am Faßberg 17, 37077 Göttingen

Korrelation, Spektrum, unvollständige Perioden, Fensterfunktion
correlation, spectrum, incomplete periods, window function

Zusammenfassung

Ziel des vorgestellten Verfahrens ist die Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und des Leistungsspektrums eines als periodisch angenommenen Signals, aber mit Schwankungen zwischen den Perioden. Das können z. B. Zyklus-zu-Zyklus-Schwankungen des Signals selbst, insbesondere Phasenverschiebungen zwischen den Wiederholungen, oder überlagertes Rauschen sein. Wegen der Abweichungen zwischen aufeinanderfolgenden Perioden des Signals lohnt sich die Aufnahme eines langen Signalausschnitts mit mehreren Perioden des untersuchten Prozesses und eine statistische Langzeitmittelung der Kenngrößen und -funktionen. Durch die Mittelung über mehrere Perioden mit uneinheitlichen Phasenlagen der Zyklen heben sich allerdings relevante Signalanteile gegenseitig auf. Weitere Probleme entstehen bei üblichen Signalverarbeitungsverfahren bei unbekannter (mittlerer) Periodendauer des Signals durch die nachträgliche Festlegung der angenommenen Periodenlänge trotz einer festen Länge des Gesamtsignals mit einem „Überhängen“ eines Teils der letzten, nicht mehr vollständig erfassten Periode. Sowohl die aus der Verarbeitung ungleichmäßig abgetasteter Signale bekannte Slotkorrelation als auch die direkte Spektralschätzung bieten dagegen die Möglichkeit, die vorhandene Information des Signals zeitlich korrekt zuzuordnen und dabei effizient zu nutzen. Die Algorithmen lassen sich von den sonst mit diesen Verfahren verarbeiteten stationären, aperiodischen Leistungssignalen auf periodische Signale übertragen, und sie lassen sich bei äquidistanter Abtastung auch durch entsprechend modifizierte FFT-Algorithmen berechnen.

1 Einführung

Betrachtet werden äquidistant mit den Abtastintervallen Δt abgetastete, periodische Signale einer Periodendauer $\tilde{N}\Delta t$. Von diesem andauernden Signal liegt ein Ausschnitt $x_i, i = 0 \dots N - 1$ der Dauer $N\Delta t$ vor. Die aufgenommene Signallänge N sollte dabei möglichst ein ganzzahliges Vielfaches der Periodenlänge \tilde{N} sein, denn die klassische Verarbeitung von streng periodischen Signalen zu Korrelationsfunktionen

$$R_k = R(\tau_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i x_{i+k}$$

mit $\tau_k = k\Delta t, k = -\infty \dots \infty$ und zu Leistungsspektren

$$X_j = \sum_{i=0}^{N-1} x_i e^{-2\pi i f_j i \Delta t} \quad P_j = P(f_j) = \frac{1}{N^2} |X_j|^2$$

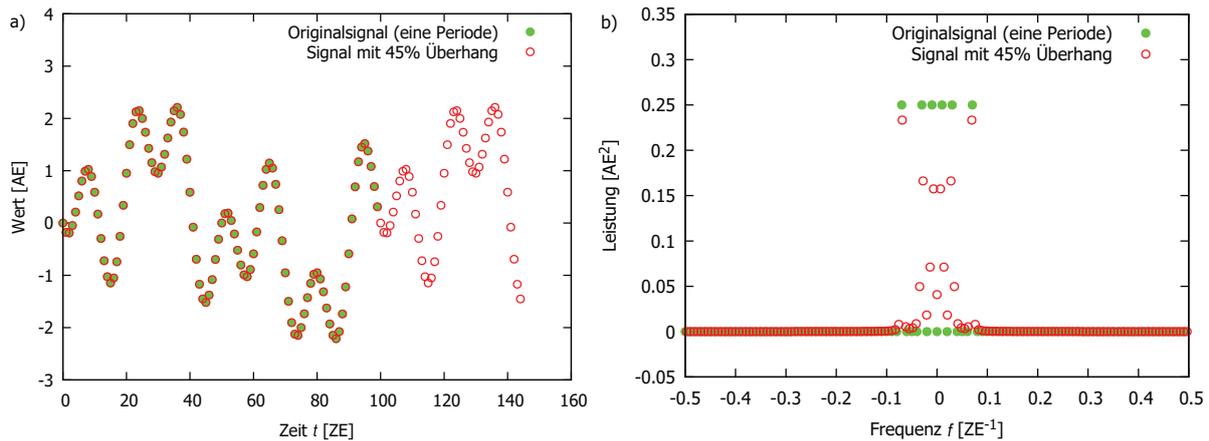


Abbildung 1: a) Ausschnitte eines streng periodischen Testsignals (äquidistante Abtastung mit dem Abtastintervall 1 ZE): genau eine Periode und ein Ausschnitt mit 45% Überhang; b) dazu passende Leistungsspektren (AE - Amplitudeneinheit, ZE - Zeiteinheit)

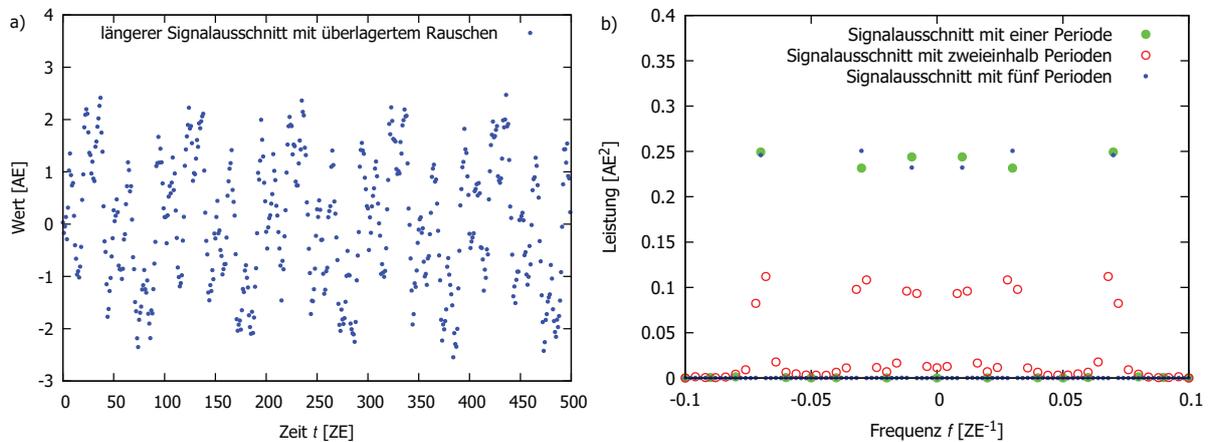


Abbildung 2: a) längerer Ausschnitt eines periodischen Testsignals mit überlagertem Rauschen; b) Leistungsspektren aus unterschiedlich langen Signalausschnitten (AE - Amplitudeneinheit, ZE - Zeiteinheit)

mit $f_j = j/N\Delta t, j = -\lfloor N/2 \rfloor \dots \lfloor N-1/2 \rfloor$, wobei $\lfloor \cdot \rfloor$ die nächste ganze Zahl kleiner oder gleich \cdot ist, geht implizit von einer periodischen Fortsetzung des aufgenommenen Signals aus ($x_i \equiv x_{i+N}$). Zwischen der Autokorrelationsfunktion und dem Leistungsspektrum vermittelt die Fourier-Transformation (Wiener-Chintschin-Theorem [4])

$$R_k = \sum_{j=-\lfloor \frac{N}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} P_j e^{2\pi i f_j \tau_k} \quad P_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} R_k e^{-2\pi i f_j \tau_k},$$

sodass Korrelationsfunktionen und Spektren zur Darstellung von Ergebnissen alternativ genutzt werden können, da beide Rechenwege zu korrespondierenden Ergebnissen führen.

Stimmt die aufgenommene Signallänge mit der Periodenlänge überein, dann werden die Korrelationsfunktion und das passende Leistungsspektrum korrekt bestimmt, da die angenommene periodische Fortsetzung des aufgenommenen Signalausschnitts mit dem periodischen Originalsignal übereinstimmt. Stimmt die aufgenommene Signallänge nicht mit der Periodenlänge überein, gibt es z. B. einen gewissen Überhang des aufgenommenen Signals über die korrekte Periodenlänge hinaus (Abb. 1a), kann man bei streng periodischen Signalen einen zur Periodenlänge des Signals passenden Ausschnitt herauslösen und nur diesen unter der Annahme der periodischen Fortsetzung verarbeiten (Abb. 1b). Treten im Originalsignal Abweichungen zwischen den Perioden, z. B. Phasenverschiebungen oder Rau-

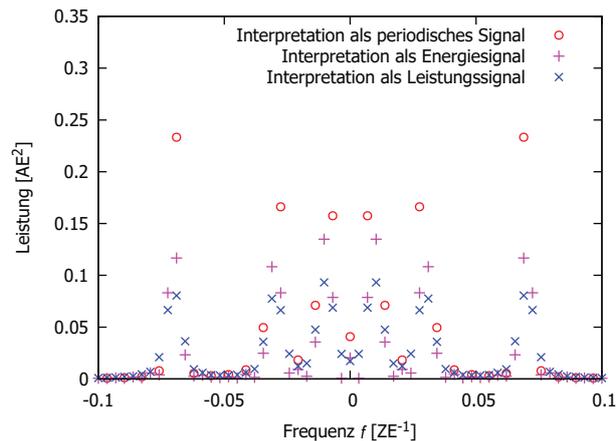


Abbildung 3: a) Spektren aus einem Signalausschnitt mit 45% Überhang (ohne Rauschen, s. Abb. 1a) mit unterschiedlichen Interpretationen des Signalausschnitts (alle gleich skaliert, AE - Amplitudeneinheit, ZE - Zeiteinheit)

schen auf (Abb. 2a), dann ist die Schätzung aus einer Periode zwar erwartungstreu, aber die im Überhang enthaltenen redundanten Informationen bleiben dabei ungenutzt. Die Aufnahme und Auswertung mehrerer ganzer Perioden des Signals erhöht die spektrale Auflösung, nutzt aber die eigentlich redundanten Informationen aus den periodischen Wiederholungen nicht für die Dämpfung der Zyklus-zu-Zyklus-Schwankungen (Abb. 2b).

Die klassische Verarbeitung des unbearbeiteten Signalausschnitts mit Überhang erzeugt aber auf jeden Fall Fehler in der Korrelationsfunktion und im Leistungsspektrum. In Abb. 1b und 2b sind die Leistungsspektren aus den Signalausschnitten mit Überhang den Spektren aus genau einer Periode des Signals gegenübergestellt. Die spektralen Anteile des Originalsignals und ihre anteiligen Leistungen werden über benachbarte Frequenzen verschmiert. Die spektrale Zusammensetzung des Signals wird dadurch stark verfälscht.

2 Kein periodisches Signal, kein Energiesignal, kein stationäres aperiodisches Leistungssignal

Die Verschmierung der spektralen Leistung (Abb. 1b und 2b) durch abgeschnittene Perioden hat korrespondierende Mittelungsfehler auch in der Korrelationsfunktion. Die implizite Annahme einer periodischen Fortsetzung des aufgenommenen Signalausschnitts stimmt nicht mit der Periodenlänge des Originalsignals überein und führt zu entsprechend starken Phasenverschiebungen zwischen benachbarten Perioden und schließlich zur Mittelung und gegenseitigen Auslöschung von nicht zusammenpassenden Signalphasen. Aber auch Schwankungen zwischen den aufeinanderfolgenden Perioden werden durch die Mittelung gedämpft. Bei Rauschanteilen im Signal ist das gewünscht. Der streng periodische Anteil bleibt erhalten, während die Rauschleistung reduziert wird. Bei auftretenden Phasenschwankungen zwischen einzelnen Perioden werden durch die starre zeitliche Zuordnung in strengen Perioden dann auch Teile des relevanten Signalverlaufs gedämpft. Jegliche Interpretation des aufgenommenen Signalausschnitts als eine typische Periode eines sich streng periodisch fortsetzenden Signals ist falsch und führt zu den oben dargestellten Artefakten.

Auch die Interpretation des vorliegenden Signalausschnitts als Energiesignal, welches vor und nach dem betrachteten Zeitraum konstant null ist, führt zu einem fehlerhaften Spektrum (in diesem Fall ein Energiedichtespektrum), da hier keine periodischen Anteile Berücksichtigung finden.

Die letzte Möglichkeit der Interpretation des aufgenommenen Signalausschnitts ist die eines Ausschnitts eines stochastischen Leistungssignals, dessen weiterer Verlauf außerhalb des Beobachtungsintervalls nicht bekannt ist. Aber auch das dazu passende Leistungsdichtespektrum kann die fehlerhafte Zuordnung der Phasenlagen des gemittelten Signalausschnitts gegenüber dem Originalsignal nicht korrigieren.

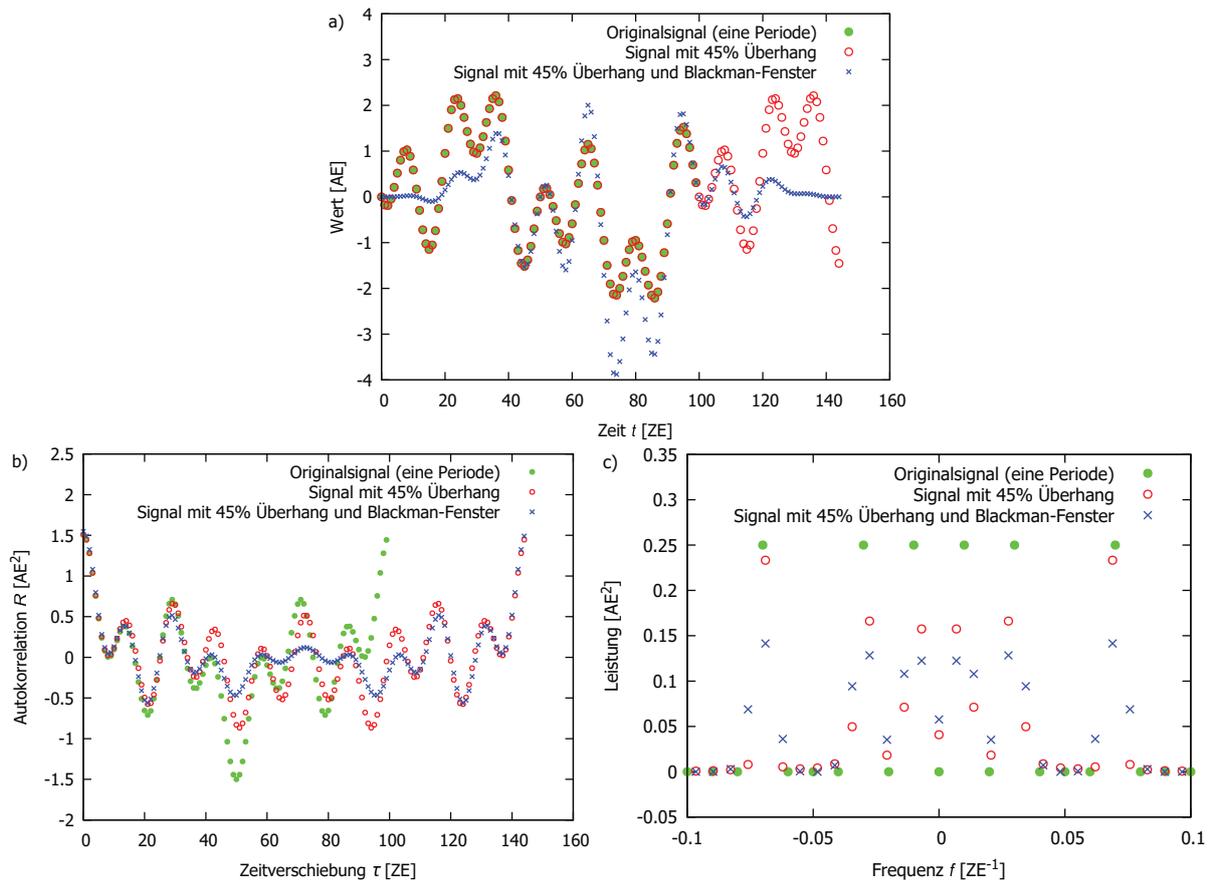


Abbildung 4: a) Signalausschnitt mit 45% Überhang (ohne Rauschen, s. Abb. 1a) mit Anwendung eines leistungserhaltenden Blackman-Fensters, b) Autokorrelationsfunktion und c) Leistungsspektrum (jeweils im Vergleich zur Referenz mit genau einer Periode und zum Signalausschnitt mit 45% Überhang ohne Fensterfunktion, AE - Amplitudeneinheit, ZE - Zeiteinheit)

In Abb. 3 sind die Ergebnisse dieser drei Interpretationsmöglichkeiten des Signalausschnitts gegenübergestellt. Dafür wurden die ansonsten unterschiedlichen physikalischen Dimensionen der verschiedenen Spektren so umskaliert, dass sie zu dem erwarteten Leistungsspektrum eines periodischen Signals passen. Die drei Spektren haben wie zu erwarten, je nach angenommener Fortsetzung des aufgenommenen Signalausschnitts außerhalb des Beobachtungsintervalls, unterschiedliche Werte. Aber keines der Spektren gibt die spektrale Verteilung der Leistung korrekt wieder, da keine der getroffenen Annahmen zu der Situation einer überhängenden und abgeschnittenen Periode passt.

3 Bloß keine Fensterfunktionen

Das Problem, dass ein aufgenommener Signalausschnitt bei periodischer Fortsetzung an seinen Enden nicht zusammenpasst, tritt bei der Analyse von unbekanntem Prozessen, insbesondere unbekannter Periodendauer, häufig auf. Die strenge periodische Fortsetzung generiert dabei an den Fügekanten unnatürliche Sprünge, die gerne als Ursache für die Verschmierung des Spektrums genannt werden (wrap-around error). Als Maßnahme, diese Sprünge zu verhindern, gilt die Anwendung von Fensterfunktionen, die an den Rändern des Signalausschnitts sanft zu null auslaufen. Die Form der Fensterfunktion bestimmt dabei die Wirkung auf das anschließend bestimmte Spektrum.

In Abb. 4a wird zu dem betrachteten Signalausschnitt (einmal mit und einmal ohne Überhang) auch das Signal mit Überhang nach Anwendung eines leistungserhaltenden Blackman-Fensters dargestellt. Der geänderte Amplitudenverlauf mit der Abschwächung an den Fenstergrenzen mit weichen Übergängen zu angrenzenden periodischen Wiederholungen wird deutlich. In der Fenstermitte wird die Amplitude verstärkt, damit die mittlere Signalleistung unverändert bleibt. Die Länge des Signalausschnitts

wird durch die Multiplikation mit der Fensterfunktion nicht verändert, sodass der Signalausschnitt auch mit Fensterfunktion noch denselben Überhang bezüglich der Periodenlänge hat.

Dieser Sachverhalt wird auch in der Korrelationsfunktion (Abb. 4b) deutlich. Die Korrelationsfunktion des Originalsignals mit einer Länge von genau einer Periode ist ebenfalls eine Periode lang, während der Signalausschnitt mit Überhang und der gefensterte und damit amplitudenmodulierte Signalausschnitt mit Überhang Korrelationsfunktionen von eben dieser Länge erzeugen. Der Vergleich mit der korrekten Korrelationsfunktion zeigt das Problem der Mittelung von Signalabschnitten, die nicht zusammenpassen. Beim unveränderten Signalausschnitt mit Überhang findet in der Korrelationsfunktion eine stetige Phasendrift von null bis zu dem Wert um den aneinandergefügte periodische Fortsetzungen voneinander abweichen statt, die bei der halben Signallänge besonders deutlich ist.

Die Korrelationsfunktion des gefensterten Signalausschnitts mit Überhang hat diese Phasendrift ebenfalls, nur dass durch die zusätzliche Amplitudenmodulation die Korrelationsfunktion im Übergangsbereich bei halber Periodenlänge zusätzlich gedämpft ist. Die Anwendung einer Fensterfunktion ist demnach nicht dafür geeignet, die Fehler durch die phasenfalsche Zuordnung zu korrigieren. Das ist auch ehrlicherweise gar nicht zu erwarten, denn eine Fensterfunktion moduliert schließlich nur die Amplitude des Signals und greift in die spektrale Zusammensetzung gar nicht ein. Dementsprechend ist das Spektrum des gefensterten Signals keineswegs besser als das des ungefensterten Signalausschnitts mit Überhang. Das ganze Gegenteil ist der Fall: Die zusätzliche Amplitudenmodulation durch die Multiplikation mit der Fensterfunktion im Zeitbereich bewirkt eine Faltung der Spektren des ungefensterten Signalausschnitts mit dem Spektrum der Fensterfunktion. Das Resultat ist ein noch stärker verschmiertes Spektrum, wie in Abb. 4c deutlich wird.

4 Lösung durch geeignete zeitliche Zuordnung der Information

Wenn man nun den vorhandenen Signalausschnitt nicht periodisch fortsetzen kann, dann kann man die Definition der Korrelationsfunktion

$$R_k = \overline{x_i x_{i+k}}$$

mit der Mittelung über alle vorhandenen Produkte $x_i x_{i+k}$ auch auf beliebige Signalausschnitte und Teile davon anwenden. Ein bekanntes Verfahren, das genau so vorgeht, ist aus der Verarbeitung ungleichmäßig abgetasteter Signale bereits bekannt, nämlich die Slotkorrelation [3, 5, 7]. Für ein äquidistant abgetastetes, periodisches Signal der angenommenen Periodenlänge \tilde{N} mit einem beliebigen Signalausschnitt der Länge N wird die Korrelationsfunktion an einer beliebigen Stelle k , $k = -\infty \dots \infty$ durch

$$R_k = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j-i \equiv k \pmod{\tilde{N}}}}^{N-1} x_i x_j}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j-i \equiv k \pmod{\tilde{N}}}}^{N-1} 1}$$

bestimmt. Dabei werden unter allen vorliegenden Werten diejenigen Paare genutzt, die entweder genau oder nach einer Verschiebung um ein ganzzahliges Vielfaches der angenommenen Periodenlänge \tilde{N} um k Werte auseinanderliegen. Diese Werte werden miteinander multipliziert (im Zähler) und die Produkte werden über alle gezählten Wertepaare gemittelt (Anzahl dieser Paare im Nenner).

In Abb. 5 sind die auf diese Weise, also mit phasenrichtiger zeitlicher Zuordnung der aufgenommenen Werte, aus dem Signalausschnitt mit Überhang bestimmte Korrelationsfunktion und das durch diskrete Fourier-Transformation bzw. deren schnelle Implementierung, der FFT

$$P_j = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{k=0}^{\tilde{N}-1} R_k e^{-2\pi i f_j \tau_k}$$

mit $f_j = j/\tilde{N}\Delta t$, $j = -\lfloor \tilde{N}/2 \rfloor \dots \lfloor \tilde{N}/2 \rfloor$ daraus abgeleitete Leistungsspektrum dargestellt. Durch ungleichmäßig über den Phasenverlauf verteilte Messwerte entstehen dabei Mittelungsfehler gegenüber

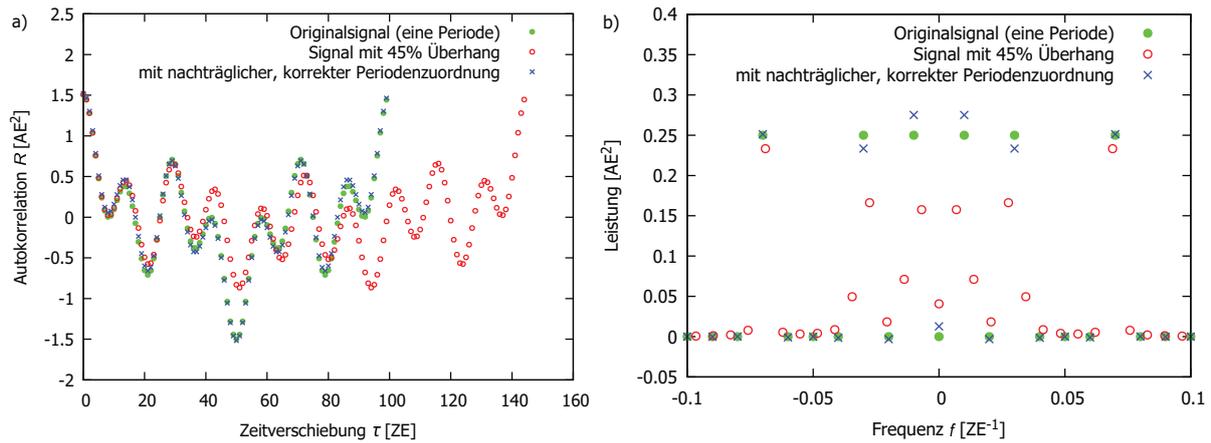


Abbildung 5: a) Autokorrelationsfunktion und b) Leistungsspektrum mit nachträglicher, phasenrichtiger Zuordnung der Messwerte im Vergleich zur Referenz mit genau einer Periode und zum Signalausschnitt mit 45% Überhang (AE - Amplitudeneinheit, ZE - Zeiteinheit)

der Auswertung genau einer Periode. So wird z. B. der Mittelwert aus einem Signalausschnitt mit Überhang von einem Signalausschnitt mit einem ganzzahligen Vielfachen der Periodenlänge abweichen. Diese Mittelungsfehler werden mit zunehmender Signallänge immer kleiner und bewirken schließlich nur eine gewisse Schätzunsicherheit, während die systematischen Fehler durch die nicht zur Periodenlänge passende Länge des gewählten Signalausschnitts vollständig korrigiert sind.

Für tatsächlich periodische Signale mit überlagertem Rauschen, also mit Amplitudenschwankungen aber ohne Phasenverschiebungen zwischen den Perioden, kann mit dieser Form der Slotkorrelation der gesamte, über mehrere Perioden ausgedehnte Datensatz ausgewertet werden. Dabei wird für jede Zeitverschiebung über alle passenden Messwerte aus allen aufgenommenen Perioden des Signals gemittelt. Während das Rauschen durch die Mittelung gedämpft wird, bleiben die periodischen Signalanteile in der Korrelationsfunktion und im Spektrum erhalten.

Treten hingegen auch noch zeitliche bzw. Phasenverzögerungen zwischen den Perioden auf, dann werden auch diese gemittelt und damit gedämpft. Um dem entgegenzuwirken kann man die maximale Distanz M zwischen den Messwerten der zu mittelnden Paare mit

$$R_k = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=\max(0, i-M) \\ j-i \equiv k \pmod{\tilde{N}}}}^{\min(N, i+M)-1} x_i x_j}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=\max(0, i-M) \\ j-i \equiv k \pmod{\tilde{N}}}}^{\min(N, i+M)-1} 1}$$

begrenzen, z. B. auf zwei Periodenlängen. Das gesamte Vorgehen lässt sich auch auf ungleichmäßig abgetastete periodische Signale übertragen,

$$R_k = R(\tau_k) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ \left[\frac{t_j - t_i - \tau_k}{\Delta\tau} \right] \equiv k \pmod{\tilde{N}} \\ -M\Delta\tau \leq t_j - t_i < M\Delta\tau}}^{N-1} x_i x_j}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ \left[\frac{t_j - t_i - \tau_k}{\Delta\tau} \right] \equiv k \pmod{\tilde{N}} \\ -M\Delta\tau \leq t_j - t_i < M\Delta\tau}}^{N-1} 1}$$

mit $\tau_k = k\Delta\tau$, $k = -\infty \dots \infty$, wobei $[\cdot]$ die nächste ganze Zahl ist, und auch individuelle Gewichtungsfaktoren w_i lassen sich hinzufügen,

$$R_k = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=\max(0, i-M)}^{\min(N, i+M)-1} w_i w_j x_i x_j}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=\max(0, i-M) \\ j-i \equiv k \pmod{\tilde{N}}}}^{\min(N, i+M)-1} w_i w_j}$$

und natürlich auch beides in Kombination.

Die Berechnung kann auch als eine direkte Spektralschätzung unter mehrfacher Anwendung der Fourier-Transformation erfolgen. Bei äquidistanter Abtastung führt das zu der Möglichkeit, den gesamten Algorithmus mit der FFT zu realisieren. Bei ungleichmäßiger Abtastung muss zur Realisierung mittels der FFT zunächst eine Quantisierung der Messezeitpunkte erfolgen. Entsprechende Programme werden hier nicht im Detail angegeben und stattdessen alle als Quellcode online unter [1] bereitgestellt.

5 Experimentelle Anwendung

Bei der Suche nach der passenden Periodenlänge wird man vermutlich in einem begrenzten Intervall nacheinander verschiedene Periodenlängen testen und nach dem maximalen Wert des Spektrums suchen. Beim direkten Vergleich von Leistungsspektren mit unterschiedlicher Frequenzauflösung ergibt sich jedoch bei einer nicht ganz eindeutig abzugrenzenden Signalfrequenz das Problem, dass die Signalleistung auf unterschiedlich viele Stützfrequenzen im Spektrum verteilt wird. Dadurch erhält man bei gegebener Signalleistung für längere angenommene Periodenlängen durchschnittlich geringere Werte im Leistungsspektrum als für kürzere angenommene Periodenlängen. In diesem Fall, und nur für diesen Fall ist eine Umskalierung des Spektrums auf ein Leistungsdichtespektrum notwendig und auch zu empfehlen.

$$S = \Delta t \tilde{N} P$$

Nur so sind die Spektren und ihre maximalen Werte für verschiedene Frequenzauflösungen direkt miteinander vergleichbar. Hat man die passende Periode gefunden, dann ist unter der Annahme einer gegebenen Periodizität des Signals wieder nur ein Leistungsspektrum sinnvoll. Die gezeigten Diagramme haben deshalb immer die Skalierung eines Leistungsspektrums.

5.1 Zylindernachlaufströmung

Ein vorhandener Hitzdraht-Datensatz aus einer Zylindernachlaufströmung [6], der unter [2] abrufbar ist (hda1.gs), wurde mit der beschriebenen Methode noch einmal verarbeitet, und zwar einmal unter Annahme einer nicht passenden Periodenlänge von 0.0542 s, dann mit genau dieser Periodenlänge unter Anwendung eines Blackman-Fensters und abschließend mit einer passenden Periodenlänge von 0.0624 s bei einer Mittelung über jeweils drei Periodenlängen (Abb. 6). Mit der falschen Signallänge bzw. der inkorrekten Annahme einer Periodizität wird der Peak bei 144 Hz nicht ausreichend sichtbar. Auch die Anwendung der Fensterfunktion ändert daran nur wenig. Bei korrekter Annahme einer Periode (hier das 9-fache der Basisperiode) erkennt man den Peak im Spektrum sehr deutlich.

5.2 EKG-Aufnahmen

Bei Experimenten zur optischen Defibrillation werden genetisch modifizierte Mäuseherzen verwendet. Dabei liegt die Besonderheit in den Kardiomyozyten (Herzmuskelzellen), welche lichtempfindliche Ionenkanäle aufweisen. Somit ist es mit einem Lichtstimulus in der geeigneten Wellenlänge möglich, ein Aktionspotential zu evozieren. Die Stimulation einer kritischen Gewebemasse ruft dabei weitere Aktionspotentiale in den benachbarten Zellen hervor und erfüllt somit eine Schrittmacherfunktion. Während einer Herzrhythmusstörung breiten sich elektrische und mechanische Aktivitäten chaotisch im Herz aus. Um diesen entgegenzuwirken, werden gezielte Lichtimpulse mit vorher festgelegten

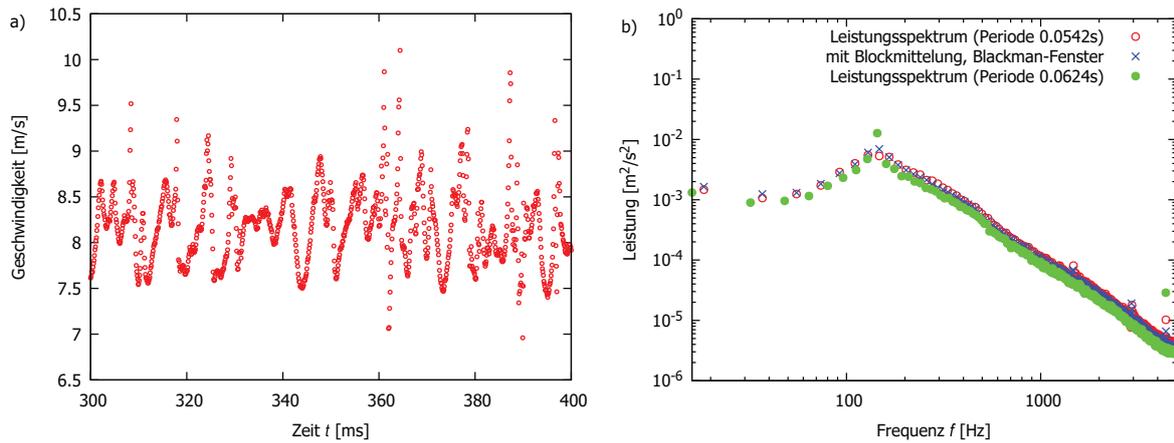


Abbildung 6: a) Ausschnitt einer Zylindernachlaufströmung und b) Leistungsspektren unter Annahme verschiedener Periodenlängen des Signals (Mittelung über drei angenommene Perioden)

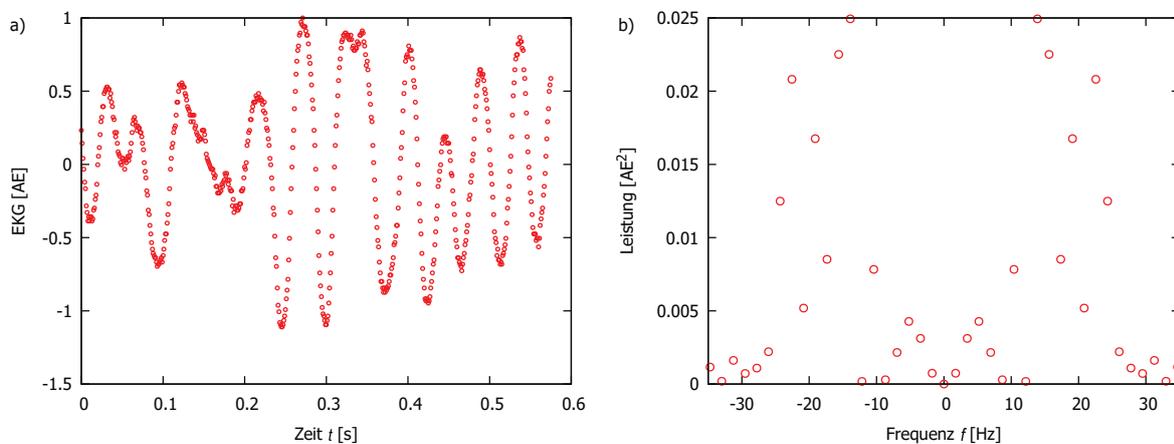


Abbildung 7: a) EKG-Signal während Fibrillation b) Standard-FFT des EKG-Signals (AE-Amplitudeneinheit)

Parametern (Anzahl der Impulse, Impulsdauer, Lichtintensität usw.) auf bestimmte Positionen der Herzoberfläche gesendet. Die dabei stimulierten Punkte initiieren unter der Voraussetzung passender Einstellungen jeweils eine eigene Ausbreitungswelle, die die Herzrhythmusstörung abschwächt bzw. im optimalen Fall beenden kann. Damit wäre die optische Defibrillation darstellbar.

Die Unempfindlichkeit gegenüber der Erfassung elektrischer Artefakte, welche normalerweise bei einer herkömmlichen elektrischen Defibrillation verursacht werden, ist hierbei ein bedeutender Vorteil dieser Methode. Der bei dieser Technik fehlende elektrische Schock macht die Signalerfassung mittels Elektrokardiogram (EKG) während der gesamten Zeit möglich und bietet dadurch auch neue Einsichten in die Defibrillationsmechanismen. Im dargestellten Beispiel (Abb. 7a) wird der Abschnitt eines EKG-Signals während eines optischen Defibrillationsversuchs analysiert. Die Signalabtastung erfolgt dabei mit äquidistanten Intervallen.

Während der Fibrillation (Herzflimmern), welche immer mit einem annähernd periodischen Signal auftritt, zeigen sich zwischen den Perioden Schwankungen sowohl in der Amplitude, als auch in der Frequenz. Um zu untersuchen, wie die Lichtstimulation die Frequenz des EKGs beeinflusst, wird im gezeigten Beispiel nur der entsprechende Ausschnitt während des Stimulus betrachtet. Dies führt aber zum Abschneiden des Signals und damit zur Auswertung unvollständiger Perioden. Abb. 7b zeigt das berechnete Spektrum mit Standard-FFT. Dabei ist festzustellen, dass verschiedene Frequenzkomponenten, welche nicht im ursprünglichen Signal enthalten sind, angezeigt werden. Durch die Nutzung der Algorithmen in diesem Beitrag mit korrekter Annahme der entsprechenden Perioden (0,045 s und

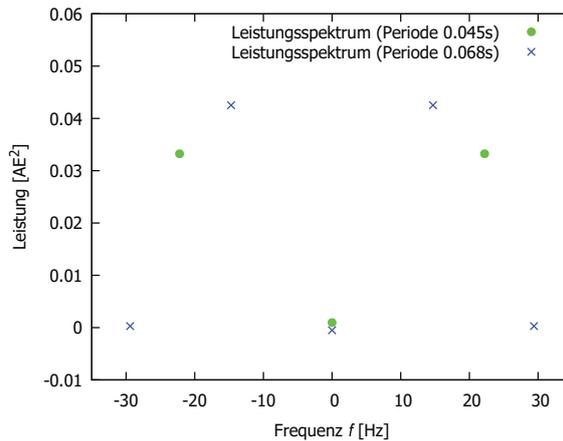


Abbildung 8: Leistungsspektrum des EKG-Signals unter der Annahme zwei verschiedener Periodenlängen (AE - Amplitudeneinheit)

0.068 s), gemittelt über die Hälfte der Gesamtsignallänge, deuten sich zwei Hauptfrequenzkomponenten an. Diese werden in Abb. 8 gezeigt.

Literatur

- [1] URL <http://www.nambis.de/publications/gala22.html>.
- [2] URL <http://ldvproc.nambis.de/data/dipldata.html>.
- [3] M Gaster and J B Roberts. Spectral analysis of randomly sampled signals. *J. Inst. Maths. Applics.*, 15:195–216, 1975.
- [4] A Khintchine. Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. *Mathematische Annalen*, 109:604–615, 1934.
- [5] W T Mayo, Jr, M T Shay, and S Riter. Digital estimation of turbulence power spectra from burst counter LDV data. pages 16–26, 1974. Proceedings of the second international workshop on laser velocimetry, (Bull. No. 144), Purdue Univ., West Lafayette, Ind.
- [6] E Müller, H Nobach, and C Tropea. LDA signal reconstruction: Application to moment and spectral estimation. In *Proc. 7th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 1994. paper 23.2.
- [7] P F Scott. Random sampling theory and its application to laser velocimeter turbulent spectral measurements. Technical report, General Electric Co., Corporate Res. and Development, 1974. Report No. 74CRD216, Tech, Info Series.