

## Kalibrierung eines Schlierensystems zur Dichtebestimmung in kompressibler Strömung

### Calibration of a schlieren system for density measurements in compressible flow

**Sven Scharnowski, Rio Baidya und Christian J. Kähler**

Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

Schlagworte: Überschallströmung, PIV, optische Dichtemessung

Key words: supersonic flow, PIV, optical density measurements

#### Zusammenfassung

Zur qualitativen Bestimmung von Dichtegradienten in kompressiblen Strömungen wurde das Schlierensystem des Trisonischen Windkanals München (TWM) durch eine Kombination von Schlierenmessungen und Geschwindigkeitsmessungen mit Particle Image Velocimetry (PIV) kalibriert. Bei der Umströmung eines einfachen Doppelkeilprofils wurde die Dichte aus den Totalgrößen der Strömung im Fernfeld und dem mittels PIV bestimmten Geschwindigkeitsfeld bestimmt. Aus dem Vergleich mit dem Schlierensignal konnte eine lineare Kalibrierfunktion gebildet werden. Die erzielten Erkenntnisse ermöglichen eine zuverlässige Bestimmung des zeitlich gemittelten Dichtegradienten aus Schlierenmessungen auch für komplexere Strömungen, sofern diese nur vernachlässigbare 3D-Effekte aufweisen. Somit ist mit dieser Messtechnik eine tiefere Analyse von Strömungen möglich.

#### Einleitung

Oberhalb einer Strömungsgeschwindigkeit von etwa 100 m/s spielt bei Gasströmungen die Änderung der Dichte eine signifikante Rolle. Im Bereich der Schallgrenze sind die relativen Dichteänderungen in der gleichen Größenordnung wie relative Geschwindigkeitsänderungen und bei Überschallströmungen sind sie sogar dominant. Folglich ist eine experimentelle Analyse der Dichtegradienten von großer Bedeutung. Änderungen der Strömungsdichte lassen sich zwar mit Hilfe verschiedener Schlieren-Methoden qualitativ visualisieren, eine quantitative Bestimmung des Dichtegradientenfelds erfordert jedoch eine komplexe Kalibrierung und ist nicht immer eindeutig möglich (Hargather und Settles 2012).

Insbesondere bei kompressiblen Grenzschichtströmungen erstrecken sich Dichte und Dichtegradient über einen großen Bereich und erfordern eine sorgfältige Anpassung der Schlierenempfindlichkeit und des Dynamikbereichs (van Driest 1951, Morkovin 1962). Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, zu überprüfen inwieweit es möglich ist, die Dichteänderung in einer kompressiblen Strömung mit der Schlieren-Messtechnik zuverlässig zu bestimmen. Dabei muss häufig ein großer dynamischer Bereich abgedeckt und gleichzeitig eine gute Empfindlichkeit beibehalten werden.

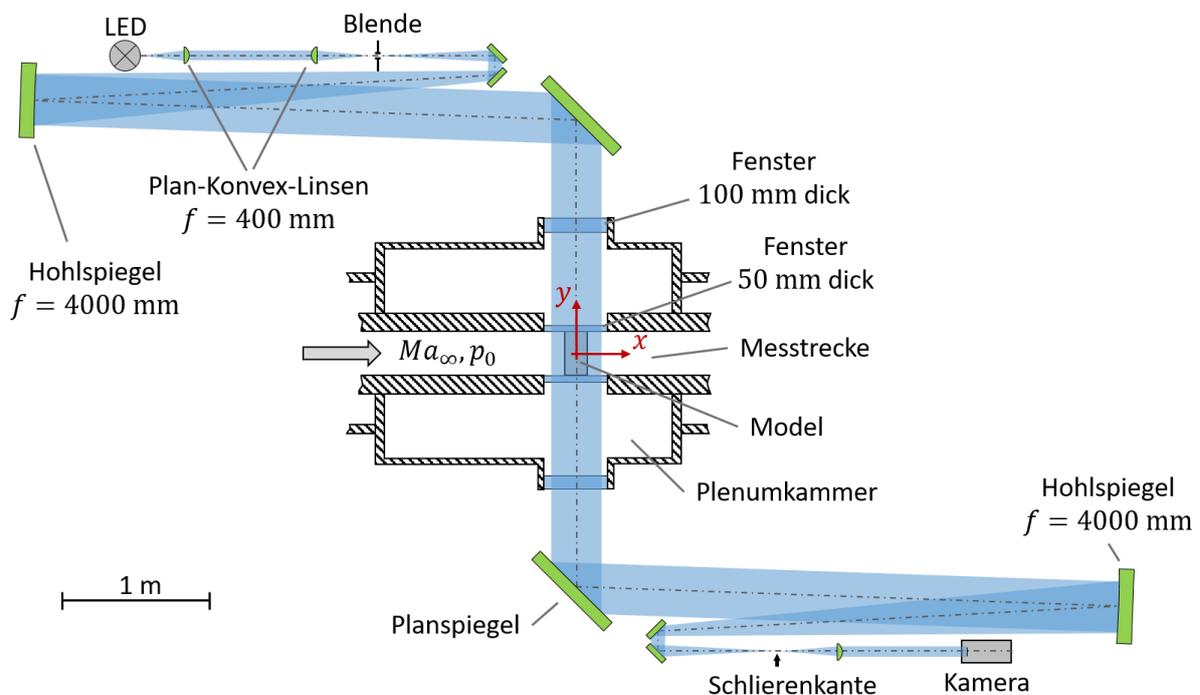
Zur Kalibrierung des Schlierensystems wurde dabei die Strömung um ein Doppelkeilmodell mit PIV und Schlierenmessungen untersucht. Außerhalb der Grenzschichten kann diese Überschallströmung gut analytisch beschrieben werden, sodass mit Hilfe des Geschwindigkeitsfeldes das Schlierensignal kalibriert werden konnte.

Im Folgenden werden zunächst der Versuchsaufbau vorgestellt und die gasdynamischen Effekte der Strömung diskutiert. Danach wird detailliert auf die Kalibrierung eingegangen und Schlussfolgerungen abgeleitet.

## Versuchsaufbau und Messverfahren

Die Messungen wurden im Trisonischen Windkanal an der Universität der Bundeswehr in München (TWM) durchgeführt. Es handelt sich um eine intermittierend arbeitende Versuchsanlage mit einer 300 mm breiten und 675 mm hohen Messstrecke. Die verstellbare Lavaldüse stromaufwärts der Messstrecke und der Diffusor weiter stromabwärts, ermöglichen einen Machzahlenbereich von 0,3 bis 3,0. Die Anlage verfügt über zwei Tanks mit einem Gesamtvolumen von 350 m<sup>3</sup>, die mit trockener Luft bis zu 20 bar über dem Umgebungsdruck beaufschlagt werden. Zur Einstellung der Reynoldszahl wird der Totaldruck in der Messstrecke zwischen 1,2 und 5 bar variiert. Der Turbulenzgrad der ungestörten Strömung beträgt 1,9 % bei einer Machzahl von  $Ma = 0,3$  und nimmt mit steigender Machzahl ab und erreicht 0,45 % bei  $Ma = 3,0$ . Weitere Informationen über die Anlage und ihre Charakterisierung sind in (Scheitle und Wagner 1990 & 1991, Scharnowski et al. 2019) zu finden.

Zur Analyse der Dichteänderung wird ein Schlierensystem, gemäß Abb. 1, verwendet. Dabei wird das Licht einer leistungsstarken LED auf eine horizontal orientierte Spaltblende mit einer Spalthöhe von  $a = 2,25$  mm fokussiert, die sich wiederum im Fokus eines Hohlspiegels mit 4 m Brennweite befindet. Nach dem ersten Hohlspiegel breitet sich das Licht parallelisiert



**Abb. 1:** Skizze des Schlierenaufbaus am TWM zur Bestimmung des Dichtegradienten.

durch die Messstrecke des TWM aus. In Bereichen mit Variation der Brechzahl  $n$  in  $z$ -Richtung, ergibt sich folgende Winkeländerung  $\epsilon_z$  für die Lichtstrahlen (Settles 2001):

$$\epsilon_z = \frac{1}{n} \int \frac{\partial n}{\partial z} dy \quad (1)$$

Der Integrationsbereich ist dabei die gesamte Messstreckenbreite. Die Brechzahl  $n$  eines Gases ist mit der Dichte  $\rho$  des Gases durch die Gladstone-Dale-Beziehung verbunden (Settles 2001):

$$n = k \cdot \rho + 1 \quad (2)$$

Dabei ist  $k$  die Gladstone-Dale-Konstante, die für Luft  $k = 2,23 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$  beträgt.

Nach der Messstrecke wird das Licht durch einen zweiten Hohlspiegel fokussiert, dabei bewirken die Lichtablenkungen aufgrund der Dichtegradienten in der Messstrecke eine Abweichung zwischen dem Original (Spaltblende) und seinem Abbild. Diese Unterschiede werden mit Hilfe der sogenannten Schlierenkante detektiert, einer scharfkantigen Blende, die einen gewissen Anteil des Lichts in der Brennebene des zweiten Hohlspiegels in vertikaler Richtung blockiert. Im Folgenden wird mit einer weiteren Linse das Model in der Messstrecke auf den Sensor einer Kamera abgebildet. In der Sensorebene erscheinen dann Bereiche mit von Null verschiedenen Dichtegradienten  $\partial\rho/\partial z$  dunkler bzw. heller als ungestörte Bereiche. Die Sensitivität  $S$  der Intensitätsänderung  $dI$  in Abhängigkeit von der Winkeländerung  $d\epsilon_z$  wird dabei von der Brennweite des zweiten Hohlspiegels  $f_2$  und der Spaltbreite  $a$  bestimmt:

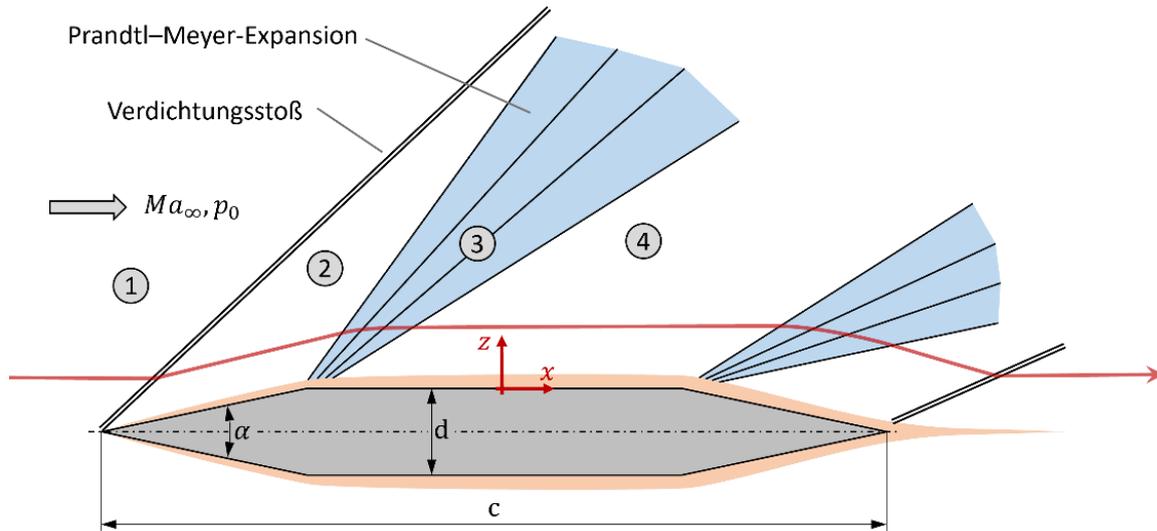
$$S = \frac{dI}{d\epsilon_z} = \frac{f_2}{a} \quad (3)$$

Eine Bestimmung des Dichtefeldes mit Hilfe des analytischen Zusammenhangs zwischen Dichtegradienten und Bildintensität erfordert genaue Kenntnisse über den Schlierenaufbau sowie eine exakte Justierung aller Komponenten. Um systematische Abweichungen zu minimieren, soll das Schlierensystem am TWM mittels einer Strömung kalibriert werden, die analytisch gut beschreibbar ist.

Für die Kalibrierung wurde die Dichte aus dem mittleren Geschwindigkeitsfeld bestimmt, wie im nächsten Abschnitt erläutert wird. Die Geschwindigkeitsmessungen erfolgten mittels Particle Image Velocimetry (PIV). Die Strömung wurde mit einem DEHS-Nebel versetzt und in der Mittelebene der Messstrecke durch einen Laser-Lichtschnitt beleuchtet. Das von den Partikeln gestreute Licht wurde mit einem 50 mm Objektiv auf den Sensor einer sCMOS-Kamera abgebildet. Mit einer Aufnahmezeit von 15 Hz wurden 1000 Doppelbilder aufgenommen. Der zeitliche Abstand zwischen den Laserpulsen wurde auf 0,5  $\mu\text{s}$  eingestellt, um die Verschiebung der Partikelbilder auf 15 Pixel zu begrenzen.

## Die Kalibrierströmung

Zur Kalibrierung des Schlierensystems am TWM wird ein Model mit der in Abb. 2 dargestellten Geometrie untersucht. Es besteht aus einem Mittelteil der Dicke  $d = 20 \text{ mm}$  an dem zu beiden Seiten ein Keil mit dem Öffnungswinkel  $\alpha = 24^\circ$  angeschlossen ist. Die Gesamtlänge beträgt  $c = 180 \text{ mm}$  und die Breite des Models entspricht der Breite der Messstrecke (300 mm).



**Abb. 2:** Seitenansicht des Windkanalmodells mit schematischer Darstellung der auftretenden Strömungsphänomene.

Die Untersuchungen wurden bei einer Machzahl der Anströmung von  $Ma_\infty = 1,9$ , einem Totdruck von  $p_0 = 2,5$  bar, und einer Totaltemperatur von  $T_0 = 290$  K durchgeführt. Mit der spezifischen Gaskonstante für Luft  $R = 287$  J/(kg · K) ergibt sich eine Totaldichte von  $\rho_0 = p_0/RT_0 = 3,0$  kg/m<sup>3</sup> und eine statische Dichte von  $\rho_1 = 0,77$  kg/m<sup>3</sup>.

An der Nase des Modells wird die Strömung um  $\alpha/2 = 12^\circ$  umgelenkt. Dadurch bildet sich ein Verdichtungsstoß unter dem Winkel  $\beta$  zur Anströmung aus. Es gilt folgender impliziter Zusammenhang:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = 2 \cot \beta \frac{Ma_\infty^2 \sin^2 \beta - 1}{Ma_\infty^2 (\kappa + \cos 2\beta) + 2} \quad (4)$$

Dabei ist  $\kappa = 1,4$  der Isentropenexponent von Luft. Die Lösung für den Stoßwinkel ist  $\beta = 43,9^\circ$ . Über den Verdichtungsstoß steigt die Dichte sprunghaft an gemäß:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{(\kappa + 1) Ma_\infty^2 \sin^2 \beta}{2 + (\kappa - 1) Ma_\infty^2 \sin^2 \beta} \quad (5)$$

Sie erreicht im Bereich 2 den Wert  $\rho_2 = 1,19$  kg/m<sup>3</sup>.

Für die Machzahl gilt:

$$Ma_2^2 = \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_\infty^2 \sin^2 \beta}{\kappa Ma_\infty^2 \sin^2 \beta - \frac{\kappa - 1}{2}} \cdot \frac{1}{\sin^2(\beta - \alpha/2)} \quad (6)$$

Sie erreicht im Bereich 2 den Wert  $Ma_2 = 1,47$ . Im Bereich 2 in Abb. 2 ist die Machzahl, die Strömungsrichtung und damit auch die Dichte konstant. Bei der erneuten Umlenkung kommt es zu einer Prandtl-Meyer-Expansion, in der die Strömung beschleunigt und damit auch wieder verdünnt wird (Bereich 3 in der Abbildung). Der Bereich der Expansion wird durch Mach'sche Linien im Bereich 2 und 4 begrenzt, die von der Ecke der Umlenkung ausgehen. Innerhalb der Expansion ändern sich die Strömungsgrößen kontinuierlich und isentrop. Die Prandtl-Meyer-Expansion ist dadurch gekennzeichnet, dass der Änderung der Strömungsrichtung eindeutig eine Machzahl-Änderung zugeordnet werden kann. Es gilt:

$$v(Ma) = \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \arctan \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (Ma^2 - 1)} - \arctan \sqrt{Ma^2 - 1} \quad (7)$$

Wobei  $v(Ma)$  der Prandtl-Meyer-Funktionswert ist, dessen Änderung auch der Änderung des Strömungswinkels entspricht. Im Bereich 4 wird eine Machzahl von  $Ma_4 = 1,88$  und eine Dichte von  $\rho_4 = 0,79 \text{ kg/m}^3$  erreicht. Im weiteren Verlauf wird die Strömung ein weiteres Mal durch eine Prandtl-Meyer-Expansion sowie einen Verdichtungsstoß umgelenkt, bevor am Ende des Modells die Strömung von Oberseite und Unterseite wieder zusammengeführt werden.

Die Expansion im Bereich 3 wurde zur Kalibrieren des Schlierensystems herangezogen. Mittels Particle Image Velocimetry (PIV) wurde die Geschwindigkeit in der Strömung gemessen, aus der über die Energieerhaltung die Strömungstemperatur

$$T = T_0 - \frac{u^2}{2c_p} = T_0 - \frac{u^2}{2} \frac{\kappa-1}{\kappa R} \quad (8)$$

und somit die Machzahl  $Ma = \sqrt{\kappa RT}$  bestimmt werden kann. Mit der Machzahl kann schließlich die Dichte angegeben werden:

$$\rho_3 = \rho_{0,2} \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{1-\kappa}} \quad (9)$$

Wobei die Totaldichte  $\rho_{0,2}$  im Bereich 2 aus der Dichte und der Machzahl nach dem Stoß bestimmt werden kann:

$$\rho_{0,2} = \rho_2 \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma_2^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (10)$$

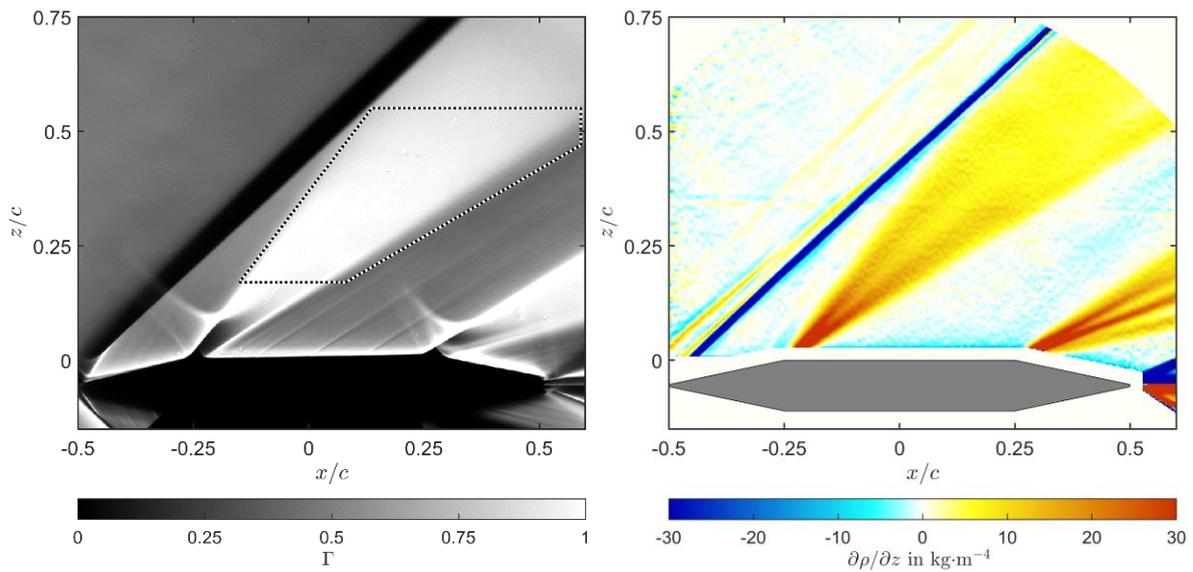
Damit ist die Dicht und auch der Dichtegradient innerhalb der Expansion indirekt über Geschwindigkeit, Totaltemperatur und Totaldruck messbar und eine Kalibrierung des Schlierensystems ist möglich.

### Kalibrierung der Schlierendaten

Um die Intensitätsänderung des Schlierensignals einem Dichtegradienten zuordnen zu können, wurden bei gleichen Strömungsbedingungen Schlieren- und PIV-Messungen nacheinander durchgeführt. In Abb. 3 sind die Ergebnisse beider Messverfahren dargestellt. Die Intensität des Schlieren-Signals  $I$  wurde mit der Intensität bei herausgefahrener Schlierenkante  $I_{\text{hell}}$  normiert. Zusätzlich wurde von beiden Intensitäten die Intensität bei blockiertem Lichtstrahl  $I_{\text{dunkel}}$  abgezogen:

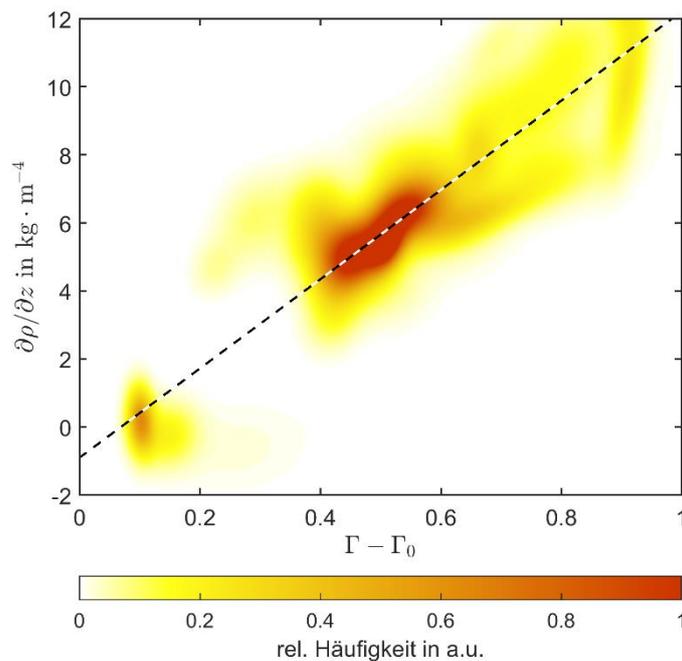
$$\Gamma = \frac{I - I_{\text{dunkel}}}{I_{\text{hell}} - I_{\text{dunkel}}} \quad (11)$$

Die so normierte Intensität  $\Gamma$  kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. In ungestörter Strömung entspricht  $\Gamma$  dem Anteil des von der Schlierenkante durchgelassenen Lichtes in der Brennebene des zweiten Hohlspiegels, hier 0,5. Für positive Gradienten  $\partial\rho/\partial z$ , wie innerhalb der Expansion, ist  $\Gamma$  größer und für negative Gradienten, wie im von der Nase ausgehende Verdichtungsstoß, ist  $\Gamma$  kleiner als 0,5. Im Bereich des Stoßes ist die Stärke des Gradienten nicht mehr erfassbar. Das Licht wird hier soweit abgelenkt, dass es vollständig von der Schlierenkante geblockt wird. Auch im wandnahen Bereich der beiden Expansionen liegen die Gradienten außerhalb des Messbereiches. Hier wird das Licht zwar von der Schlierenkante weg gebrochen, jedoch ist die Winkeländerung so stark, dass es durch die begrenzte Apertur zur Abschattung kommt. Daher erscheinen auch die wandnahen Bereiche der Prandtl-Meyer-Expansionen dunkel.



**Abb. 3:** Intensität des Schlierensignals bei der Umströmung eines Doppelkeilmodells mit einer Machzahl von 1,9 (links) im Vergleich zum Verlauf des Dichtegradienten  $\partial\rho/\partial z$  bestimmt aus PIV Geschwindigkeitsmessungen.

Im Vergleich zur reibungsfreien und zwei-dimensionalen Theorie zeigen die Schlierenmessungen Unterschiede: In wandnähe bildet sich eine Grenzschicht aus, die die Expansionen und den Stoß etwas verschiebt bzw. verformt. Außerdem ist vor beiden Expansionen ein heller Bereich erkennbar, der vermutlich durch 3D-Effekte verursacht wird. Auch der relativ dicke Verdichtungsstoß deutet auf 3D-Effekte hin. Stromab des Verdichtungsstoßes und in einiger Entfernung von der Wand ist der Bereich der Expansion aber gut geeignet, um eine Kalibrierung durchzuführen. Der hierfür genutzte Bereich ist in Abb. 3 mit der gepunkteten Linie gekennzeichnet.



**Abb. 4:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Dichtegradienten  $\partial\rho/\partial z$  aus PIV-Messungen und der normierten Schlierenintensität im Bereich der Prandl-Meyer-Expansion 3 aus Abb. 2.

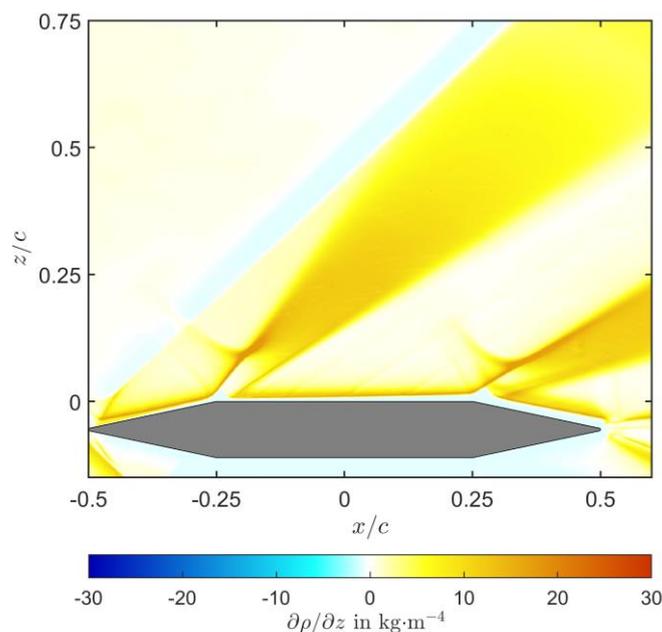
Aus den 1000 PIV Doppelbildern wurde das mittlere Geschwindigkeitsfeld bestimmt. Die Auswertefenstergröße wurde hierzu iterativ von  $64^2$  Pixel auf  $12^2$  Pixel verkleinert. Bilddeformation und Fenstergewichtung, wie sie in der Standardsoftware DaVis10 (von LaVision GmbH) implementiert sind, wurde angewendet, um die Genauigkeit zu steigern. Aus dem mittleren Geschwindigkeitsfeld wurde mit Gleichung (8) die Machzahl ermittelt. Mit Hilfe von (9) und (10) wurde aus der Machzahl die Dichte berechnet und daraus schließlich das Gradientenfeld  $\partial\rho/\partial z$  bestimmt, wie es in Abb. 3 auf der rechten Seite dargestellt ist. Im Bereich des Verdichtungsstoßes kann auch aus den PIV-Daten der Dichtegradient nicht zuverlässig bestimmt werden. Die Partikel sind zu träge, um der extremen Verzögerung zu folgen und die Größe der Auswertefenster begrenzt die räumliche Auflösung. Im Bereich der Prandtl-Meyer-Expansion, die auch in den Schlierendaten betrachtet wurde, waren jedoch zuverlässige Messungen möglich.

Ein Vergleich der Schlierenintensität mit dem aus PIV bestimmtem Dichtegradienten führt nun zu der gesuchten Kalibrierung. Abbildung 4 zeigt als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion den Zusammenhang beider Größen, wobei die Schlierenkannte weiter nach oben gefahren wurde und 90% des Lichtes blockte. Dadurch konnte der Messbereich zu größeren Gradienten hin verschoben werden.  $\Gamma_0$  ist die Schlierenintensität ohne Strömung und somit ohne Dichteänderungen. Die Häufigkeitsverteilung in Abb. 4 wurde durch eine lineare Funktion angenähert:

$$\partial\rho/\partial z = \alpha \cdot (\Gamma - \Gamma_0) + \beta \quad (12)$$

Wobei für die Parameter die Werte  $\alpha = 13,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$  und  $\beta = -0,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$  bestimmt wurden.

Mit der Kalibrierfunktion (12) kann nun aus der Schlierenintensität (links in Abb. 3) der Dichtegradient  $\partial\rho/\partial z$  bestimmt werden. Abbildung 5 zeigt das so ermittelte Dichtegradientenfeld. Es ist wichtig zu beachten, dass für Bereiche mit zu großer Ablenkung der Lichtstrahlen  $\partial\rho/\partial z$  nicht bestimmt werden kann. Dies ist der Bereich des Verdichtungsstoßes sowie der wandnahe Bereich in den Expansionen. Da über die Messstreckenbreite integriert wird, ist die Bestimmung von  $\partial\rho/\partial z$  an Stellen mit 3D-Effekten fehlerhaft.



**Abb. 5:** Rekonstruierter Verlauf des Dichtegradienten  $\partial\rho/\partial z$  bei der Umströmung eines Doppelkeil-Profiles bei einer Machzahl von 1,9.

## Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Das Schlierensystem des Trisonischen Windkanals München TWM wurde mittels einer analytisch beschreibbaren Strömung kalibriert, um Dichtegradienten qualitativ zu bestimmen. Außerhalb der Grenzschicht konnte die Dichte aus Geschwindigkeitsmessungen mit PIV bestimmt werden (Abb. 3 rechts), wodurch eine Zuordnung zur Schlierenintensität (Abb. 3 links) ermöglicht wurde. Dadurch kann für zukünftige Messungen die Dichteänderung direkt mittel Schlierenmessungen bestimmt werden. Dies führt gegenüber PIV zu einer besseren Auflösung und einem geringerem Messrauschen, da keine Auswertefenster und keine Gradientenbildung erforderlich sind. Die zuverlässige Bestimmung von Dichtegradienten ist jedoch beschränkt auf den Bereich in dem die Lichtablenkung weder zu einer völligen Abschattung noch zu einer Sättigung führt. Die Größe dieses Bereiches ist über die Spaltbreite und absolute Lage über die Kantenposition einstellbar. Wird mit der Schlierenkante beispielsweise 50% des Lichtes geblockt und der Spalt ist 2,25 mm breit, dann können Werte im Bereich  $-5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4} \leq \partial\rho/\partial z \leq 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$  bestimmt werden. Die Richtung der gemessenen Dichteänderung ist über die Orientierung von Spalt und Kante einstellbar.

## Dankesworte

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen der Forschungsförderung unter der Projektnummer 448354709 unterstützt, wofür die Autoren dankbar sind.

## Literatur

- Hargather, M. J., Settles, G. S., 2012:** "A comparison of three quantitative schlieren techniques", Opt. Lasers Eng., 50(1):8–17, <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2011.05.012>
- van Driest, E. R., 1951:** "Turbulent boundary layer in compressible fluids", J. Spacecr. Rockets, 18 (3):145–160, <https://doi.org/10.2514/8.1895>
- Morkovin, M. V., 1962:** "Effects of compressibility on turbulent flows", Mécanique de la Turbulence, 367(380):26
- Scharnowski, S., Bross, M., Kähler, C.J., 2019:** "Accurate turbulence level estimations using PIV/PTV", Exp. Fluids 60(1), <https://doi.org/10.1007/s0034-8-018-2646-5>
- Scheitle, H., Wagner, S., 1990:** "A four colours line grid schlieren method for quantitative flow measurement" Exp. Fluids 9(6), 333–336, <https://doi.org/10.1007/bf00188763>
- Scheitle, H., Wagner, S., 1991:** "Influences of wind tunnel parameters on airfoil characteristics at high subsonic speeds", Exp. Fluids 12(1–2), 90–96 (1991). <https://doi.org/10.1007/BF002-26571>
- Settles G. S., 2001:** "Schlieren and shadowgraph techniques: visualizing phenomena in transparent media", Springer-Verlag, <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-56640-0>