

## 3D3C Geschwindigkeitsmessungen mit zwei Kameras

### 3D3C flow measurements with two cameras

**Thomas Fuchs, Martin Heinold, Rainer Hain, Christian J. Kähler**

Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München  
Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

Astigmatismus, PTV, Genauigkeit, 3D  
astigmatism, PTV, accuracy, 3D

### Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird eine Erweiterung der Ein-Kamera Astigmatismus Particle Tracking Velocimetry (APTV) Messmethode zur genaueren Bestimmung der Partikel  $z$ -Position vorgestellt. In Kombination mit einer zweiten Kamera werden 3D3C Geschwindigkeitsmessungen mit deutlich geringerer Unsicherheit ermöglicht. Dabei werden Partikelpositionen zunächst mithilfe von APTV Auswertungsalgorithmen für beide Kameras bestimmt, um die korrespondierenden Partikelbildpaare der beiden Sensoren zuzuordnen. In einem zweiten Schritt werden die Partikelpositionen trianguliert. Die Positionsbestimmungsunsicherheiten für  $x$ ,  $y$  und  $z$  liegen im Bereich von 2-10  $\mu\text{m}$  bei einer Messvolumengröße von  $40 \times 40 \times 25 \text{ mm}^3$ .

### 1. Einleitung

Für viele strömungsmechanische Anwendungen ist die Kenntnis des volumetrischen Strömungsfeldes notwendig. Aus diesem Grund wurden verschiedene auf Particle Image Velocimetry (PIV) und Particle Tracking Velocimetry (PTV) basierende Messverfahren entwickelt (Arroyo und Hinsch 2008, Cierpka und Kähler 2012). In makroskopischen, schwer zugänglichen Messumgebungen ist die Astigmatismus Particle Tracking Velocimetry (APTV) eine geeignete Messmethode, da nur eine Kamera für 3D Geschwindigkeitsmessungen benötigt wird (Fuchs et al. 2014). Dabei kann das Strömungsfeld in  $xy$ -Richtung mit hoher Genauigkeit gemessen werden. Die  $z$ -Komponente der Geschwindigkeit ist hingegen mit deutlich höherer Unsicherheit verbunden. Der Grund hierfür liegt darin, dass für die  $xy$ -Partikelpositionsbestimmung der Mittelpunkt des Partikelbilds, welcher sehr genau bestimmt werden kann, entscheidend ist. Für die Tiefenposition  $z$  des Partikels hingegen werden die Achsenlängen des elliptischen Partikelbildes untersucht. Die Bestimmung der Achsenlängen ist mit höheren Unsicherheiten behaftet, da der Rand der Partikelbilder durch z.B. ein niedriges Signal-zu-Rauschen Verhältnis schwieriger zu lokalisieren ist.

Diese Arbeit stellt eine Erweiterung der APTV Messtechnik vor, welche die Bestimmung von  $w$  mit gleicher Genauigkeit wie  $u$  und  $v$  ermöglicht. Mithilfe einer zweiten Kamera können die räumlichen Partikelpositionen, nach vorheriger Positionsabschätzung mit APTV, trianguliert werden.

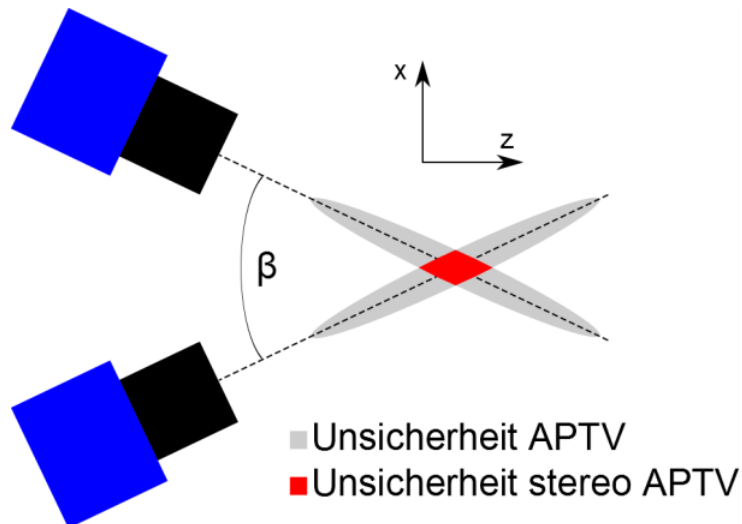


Abb. 1: Prinzipskizze zur qualitativen Unsicherheit von stereoskopischen APTV Messsystemen (rot) im Vergleich zu Ein-Kamera APTV Systemen (grau). Bei  $\beta = 90^\circ$  ist die Partikelpositionsbestimmung für  $xyz$  gleich.

## 2. Partikelpositionsbestimmung

### 2.1 Astigmatismus Particle Tracking Velocimetry

Zur Partikelpositionsbestimmung mittels APTV wird eine Zylinderlinse vor den Kamerasensor platziert, um die Partikelbilder um einen bestimmten Betrag und in eine bestimmte Richtung zu strecken, abhängig von der räumlichen Position. Die Auswertung dieser elliptischen Partikelbilder erlaubt es, die  $xyz$  Position eines Partikels mit den Achsenlängen und den Mittelpunkten der Partikelbilder in Beziehung zu setzen (Fuchs et al. 2014). Dies geschieht mit einer dreidimensionalen Kalibrierfunktion. Für die Kalibrierung werden Partikel mithilfe einer Pinhole-Matrix simuliert (siehe Abb. 2), da Pinholes ein ähnliches Lichtemissionsverhalten aufweisen wie Partikel (Theorem von Babinet). Diese rückseitig beleuchtete Pinhole-Matrix wird in kleinen Schritten  $\Delta z$  durch das Messvolumen verfahren. An jeder  $z$ -Position werden die Pinholes aufgenommen und die Achsenlängen der Pinholebilder bestimmt (die physikalischen Positionen  $x = xyz$  der Pinholes sind bekannt). Daraus gewinnt man eine Funktion,

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{X}, a_x/a_y), \quad (1)$$

welche zur Partikelpositionsbestimmung genutzt wird.  $\mathbf{X} = XY$  beschreibt die Sensorposition der Partikelbilder. Eine Genauigkeitsanalyse zeigt die hervorragende Eignung von APTV zur Messung von makroskopischen, dreidimensionalen Strömungen. Der Partikelpositionsbestimmungsfehler in  $z$ -Richtung ist kleiner als 0,5 % relativ zur Messvolumentiefe  $d_z$ , während der  $xy$ -Bestimmungsfehler kleiner als 0,2 Pixel ist. Diese Fehler wurden mittels einer  $dt \rightarrow 0$  Analyse mit DEHS Seedingpartikeln von ungefähr 1  $\mu\text{m}$  Durchmesser in einem makroskopischen Messvolumen ( $d_x \times d_y \times d_z \text{ mm}^3$ ,  $20 \times 20 \times 45 \text{ mm}^3$ ) durchgeführt. Für einzelne Partikeltracks resultiert dies in Geschwindigkeitsbestimmungsfehlern von ca. 2 % in  $xy$ -Richtung (bezogen auf die Maximalgeschwindigkeit), bei einer maximalen Pixelverschiebung von 15 Pixeln. Die Unsicherheit in der Messung der Geschwindigkeit in  $z$ -Richtung ist durch die weniger genaue  $z$ -Positionsbestimmung größer. Zur genaueren Messung der  $z$ -Komponente der Geschwindigkeit ist eine Erweiterung der APTV Messtechnik erstrebenswert.

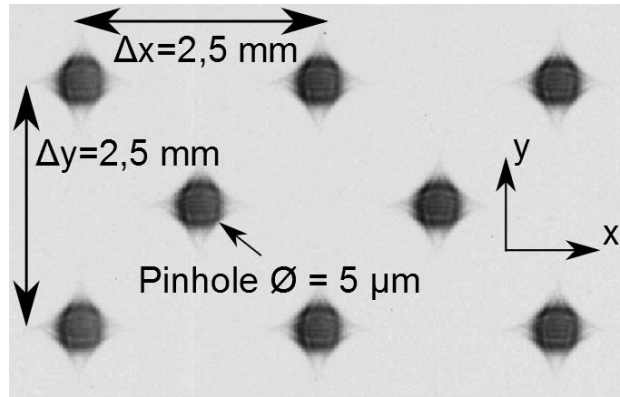


Abb. 2: Ausschnitt einer intensitätsinvertierten Grauwertaufnahme der rückseitig beleuchteten Pinhole-Matrix, welche zur Kalibrierung des Ein-Kamera als auch des stereoskopischen APTV Messsystems verwendet wird.

## 2.2 Triangulation

Die Benutzung einer zweiten Kamera ermöglicht die Triangulation der Partikelpositionen. Dadurch erhöht sich die Genauigkeit der Positionsbestimmung von  $xy$  und im Besonderen die von  $z$ , wie in Abb. 1 qualitativ gezeigt. Stereoskopische APTV Messsysteme ermöglichen somit die Messung von 3D3C Geschwindigkeitsfeldern mit nur zwei Kameras.

Zur Durchführung der Triangulation ist die korrekte Zuordnung der korrespondierenden Partikelbilder auf beiden Sensoren notwendig. Bei reiner Triangulation, ohne APTV, entstehen bei steigender Seedingkonzentration Mehrdeutigkeiten bei der Partikelbildzuordnung. Mithilfe einer initialen APTV Partikelpositionsabschätzung können diese Mehrdeutigkeiten aufgelöst werden, da korrespondierende Partikelbilder eindeutig zugeordnet werden.

Die Kalibrierung des stereoskopischen APTV Messsystems wird mit Punktkorrespondenzen  $X_1 \rightarrow X_2$  zwischen den beiden Kameras durchgeführt. Diese Punktkorrespondenzen werden mithilfe derselben Pinhole-Matrix bestimmt, welche auch für die APTV Kalibrierung genutzt wird. Hierdurch wird eine simultane und damit zeitsparende Kalibrierung ermöglicht. Die Bildkoordinaten der Punktkorrespondenzen werden durch die Partikelbild-Zentren beschrieben. Die physikalischen Koordinaten  $x$  der Punkte sind durch die  $z$ -Position der Pinhole-Matrix und der  $xy$ -Positionen der Pinholes gegeben.

Ausgehend von diesen Punktkorrespondenzen wird die Fundamentalmatrix  $F$  des stereoskopischen Systems nach Moons et al. 2009 berechnet, so dass sie

$$X_1^T F X_2 = 0 \quad (2)$$

genügt. Der *Gold Standard Algorithm* ist eine effiziente zweistufige Methode zur Bestimmung von  $F$  (Hartley und Zissermann 2003). Zunächst wird eine lineare Lösung von  $F$  mithilfe des *normalized 8-point-algorithm* (Longuet-Higgins 1981) berechnet. In einem zweiten Schritt werden die Kameramatrizen  $P_1$  und  $P_2$  bestimmt. Wenn  $P_1$  als eine  $3 \times 4$  Einheitsmatrix definiert wird, wird  $P_2$  mithilfe der Epipolarlinie und  $F$  berechnet. Mit  $P_2$  werden die Sensorpositionen  $\hat{X}$  der bekannten Punkte geschätzt. Zur Optimierung von  $P_2$  wird die Fehlerfunktion,

$$\sum_i d(X_{1i}, \hat{X}_{1i})^2 + d(X_{2i}, \hat{X}_{2i})^2, \quad (3)$$

welche die geometrische Distanz zwischen einem Punkt  $(X_1, X_2)$  und seiner Schätzung  $(\hat{X}_1, \hat{X}_2)$  mit einem Levenberg-Marquardt Algorithmus minimiert.

Im letzten Schritt werden die räumlichen Positionen  $x$  (nicht-physikalische Koordinaten) unter Nutzung der *optimal triangulation method* (Hartley and Zissermann 2003) trianguliert. Die Koordinaten müssen nun noch in physikalische Koordinaten transformiert werden. Sowohl die physikalischen als auch die nicht-physikalischen Koordinaten der Punktkorrespondenzen sind bekannt. So können Polynome sechster Ordnung bestimmt werden, welche die beiden Koordinatensysteme in Beziehung setzen. Die Koeffizientenmatrix  $S$  der Polynomfunktionen wird mit einem *Least-Square* Ansatz berechnet. Nach der Bestimmung von  $F$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  und  $S$  sind alle notwendigen Parameter zur Partikelpositionsbestimmung bekannt. Abb. 3 zeigt nochmals schematisch das Vorgehen Partikellokalisierung mittels stereoskopischer APTV.

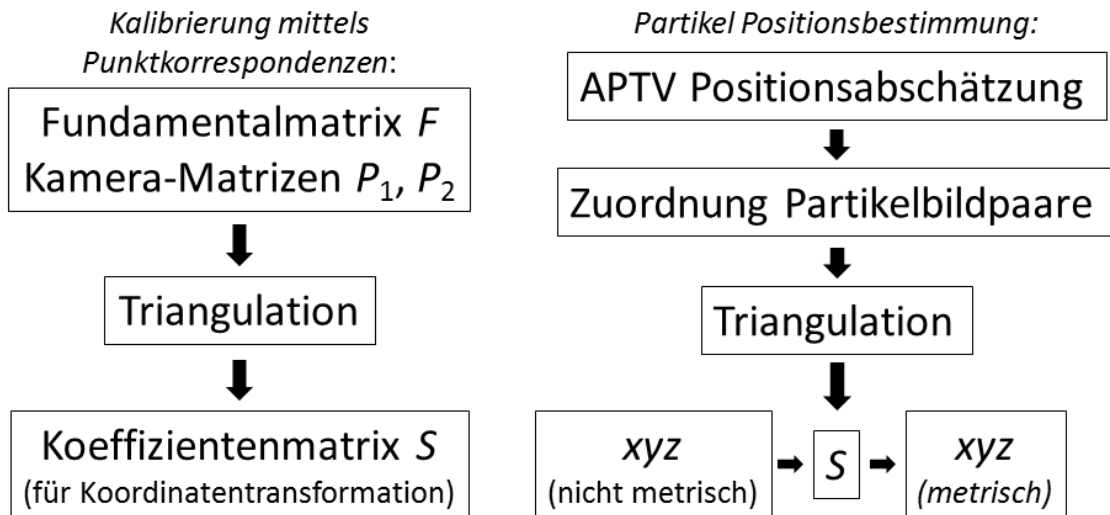


Abb. 3: (links) Vorgehensweise zur Kalibrierung von stereoskopischen APTV Messsystemen. (rechts) Vorgehen zur Partikelpositionsbestimmung.

### 3. Unsicherheit der Partikelpositionsbestimmung

Zur Analyse der Unsicherheit der Positionsbestimmung von stereoskopischen APTV Messsystemen wurden die rekonstruierten Pinholepositionen mit deren eigentlichen bekannten Positionen verglichen. Abb. 4 zeigt die Abweichungen von den tatsächlichen Pinholepositionen für alle drei Raumrichtungen. In  $xy$ -Richtung sind die absoluten Abweichungen der Pinholepositionen mehrheitlich kleiner als  $10 \mu\text{m}$ , wohingegen die Abweichungen der  $z$ -Komponente etwas größer sind (Scatter schwarz, linke Ordinate). Der Grund hierfür ist, dass die Messungen bei einem Winkel von  $\beta = 35^\circ$  durchgeführt wurden, so dass  $z$  die ungenaueste Koordinate ist, wie qualitativ in Abb. 1 illustriert. Die gemittelte Abweichung an jeder  $z$  Position schwingt leicht, mit absoluten Mittelwerten von weniger als  $3 \mu\text{m}$  für  $x$  und  $y$ , und weniger als  $6 \mu\text{m}$  für  $z$  (Abb. 4 rechte Ordinate, Kurvenverlauf und Datenpunkte in Blau). Diese Schwankungen zeigen für alle Koordinaten einen ähnlichen Verlauf. Folglich wird angenommen, dass die Verfahrensgenauigkeit der Traverse ( $6 \mu\text{m}$  laut Hersteller) die mittleren Abweichungen beeinflusst. Insgesamt ist die Amplitude der Schwankungen gering und verursacht somit keine zu hohen Unsicherheiten.

Die resultierende Ungenauigkeit der Pinholepositionen wird folgendermaßen berechnet:

$$E_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2}{N-1}}. \quad (3)$$

Dabei ist  $\Delta x$  die Abweichung der rekonstruierten Partikelpositionen zur eigentlichen Partikelposition und  $N$  ist die Anzahl der Messwerte.  $E_y$  und  $E_z$  werden nach demselben Schema berechnet. Abb. 5 zeigt die Positionsbestimmungsfehler für die drei Raumkoordinaten an jeder  $z$ -Position. Für die  $x$ -Koordinate beträgt die Rekonstruktionsunsicherheit weniger als  $5 \mu\text{m}$ . Etwas niedriger liegt der Wert für  $y$ , im Bereich  $2\text{--}3 \mu\text{m}$ . Die  $z$ -Unsicherheit ist mit  $<10 \mu\text{m}$  etwas größer (gemittelte Abweichungen über  $z$ :  $\overline{E_x} = 3.8 \mu\text{m}$ ,  $\overline{E_y} = 2.3 \mu\text{m}$ ,  $\overline{E_z} = 9.0 \mu\text{m}$ ).

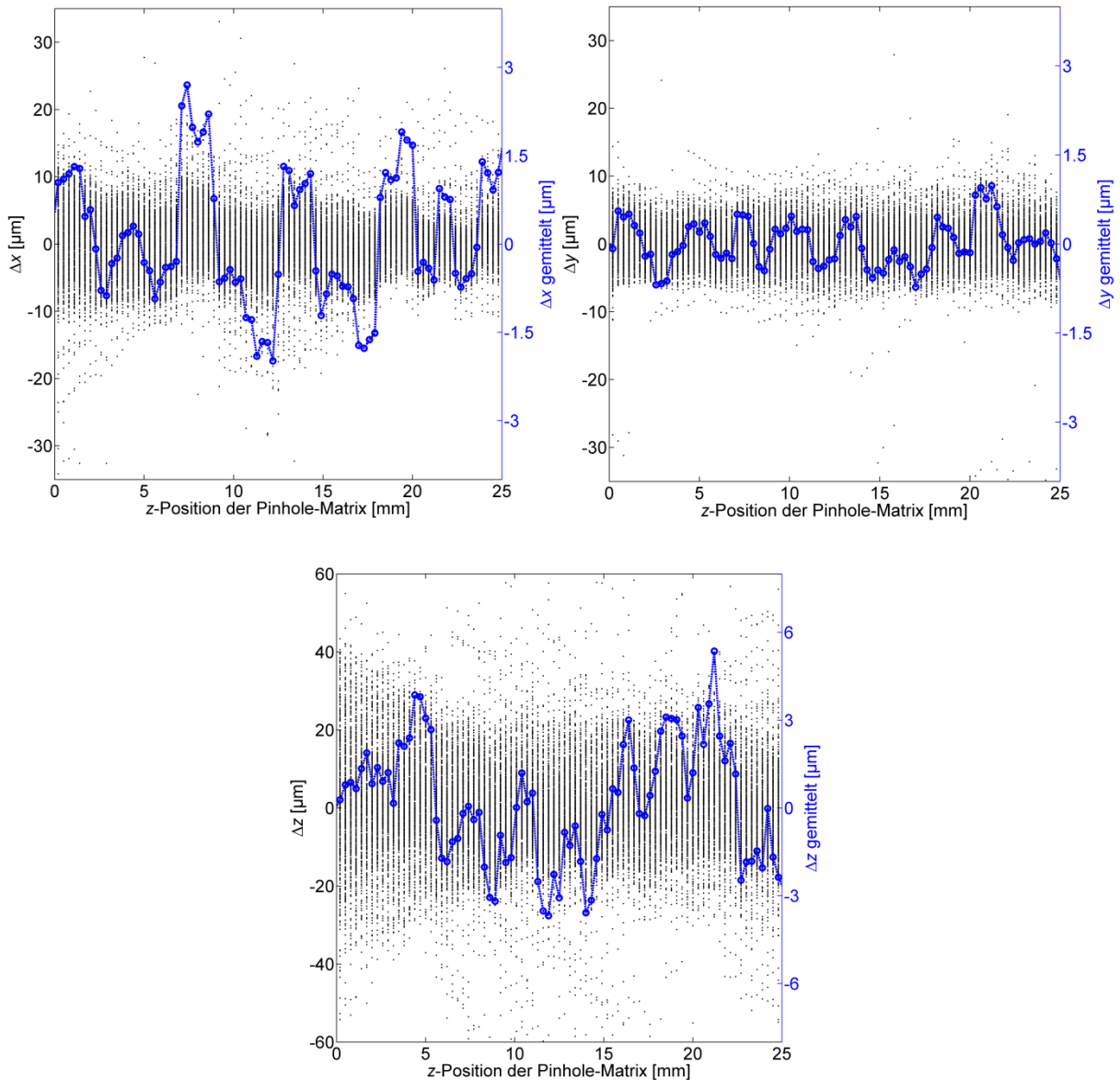


Abb. 4: Abweichung der berechneten Pinholepositionen zu den eigentlichen Positionen an jeder Pinhole-Matrix Position (Scatter Schwarz, linke Ordinate). Die blaue Kurve zeigt die mittlere Abweichung der Pinholes für jede  $z$ -Position (rechte Ordinate).

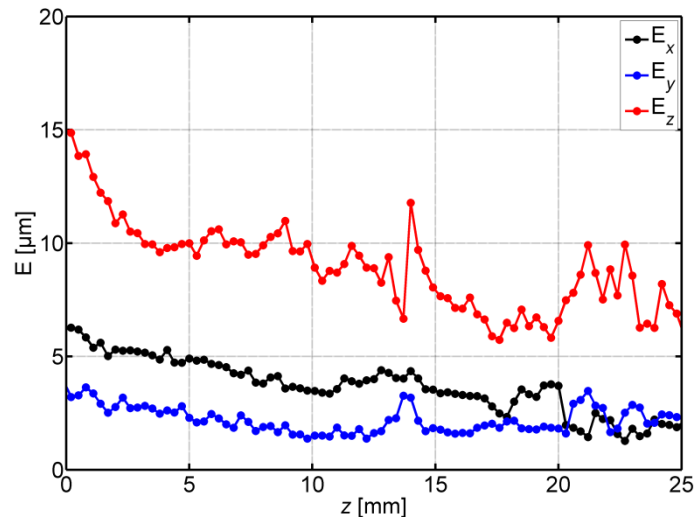


Abb. 5: Fehler der Partikelpositionsbestimmung für  $xyz$  über  $z$ .

#### 4. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine stereoskopische Methode für Strömungsmessungen vorgestellt. Die Methode stellt eine Erweiterung der APTV Messmethode zur genaueren Bestimmung der Partikel  $z$ -Positionen. Dies geschieht auf Kosten der Nutzung einer zweiten Kamera und komplexerer Auswertemethoden. Die Positionsbestimmungsgenauigkeiten sind für alle drei Koordinaten ähnlich hoch. Die Genauigkeiten der Positionsbestimmung liegen in einem Bereich von 2-10  $\mu\text{m}$  für alle drei Raumkoordinaten bei einem Messbereich von  $40 \times 40 \times 25 \text{ mm}^3$ . Die hohen Genauigkeiten ermöglichen präzise 3D3C Geschwindigkeitsmessungen in makroskopischen Strömungen.

#### Dankesworte

Die Untersuchungen wurden im Rahmen des Verbundvorhabens AG Turbo 2020 der AG Turbo durchgeführt und mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie (BMWi) aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages unter dem Förderkennzeichen 03ET2013M gefördert. Die Autoren danken der AG Turbo und MTU Aero Engines AG für die Unterstützung und die Erlaubnis zur Veröffentlichung. Die Verantwortung für den Inhalt liegt allein bei den Autoren.

#### Literatur

- Arroyo M.P., Hinsch K.D., 2008: "Particle Image Velocimetry: Recent Developments of PIV towards 3D Measurements", Springer, pp. 127-154
- Cierpka C., Kähler C.J., 2012: "Particle imaging techniques for volumetric three-component (3D3C) velocity measurements", J Vis 15, pp. 1-31
- Fuchs T., Hain R., Kähler C.J., 2014: "Three-dimensional location of micrometer-sized particles in macroscopic domains using astigmatic aberrations", Opt Lett 39, pp. 1298-1301
- Hartley R., Zissermann A., 2003: "Multiple View Geometry in computer vision", Cambridge University Press
- Longuet-Higgins H. C., 1981: "A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections", Nature 293, pp. 133-135
- Moons T., van Gool L., Vergauwen M., 2009: "3D Reconstruction from Multiple Images, Part 1: Principles", Now Publishers