

DIE UMSTRÖMUNG VON PORÖS UMMANTELTEN KREISZYLINDERN

THE FLOW AROUND POROUSLY COATED CIRCULAR CYLINDERS

K. Klausmann, T. Wacker, B. Ruck

Laboratorium für Gebäude- und Umweltaerodynamik, Institut für Hydromechanik, Karlsruher Institut für Technologie KIT, Kaiserstr. 12, 76128 Karlsruhe

Zylinderumströmung, permeable Wand, poröse Oberfläche, Widerstandsverminderung
Porously coated cylinders, wall permeability, drag reduction

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird die Umströmung und das Widerstandsverhalten von porös ummantelten Zylindern näher im Experiment untersucht. Hierbei wurde der Widerstandsbeiwert der Zylinder in einem turbulenzarmen Windkanal mit Hilfe einer Kraftmesseinrichtung/Waage als Funktion der Reynoldszahl bestimmt und das Strömungsfeld qualitativ und quantitativ mit laserbasierten Messmethoden vermessen. Variiert wurde jeweils die Permeabilität der Zylinderummantelung. Wie die Ergebnisse zeigen, kann durch poröse Wandschichten eine passive Strömungskontrolle erzielt werden. Im Vergleich zu glatten und rauhen Zylindern liefern Zylinder mit porösen/permeablen Wandflächen (vollrau) bei kompletter Ummantelung eine Erhöhung des Widerstandsbeiwerts. Wird die Ummantelung nur partiell im Abströmbereich des Zylinders aufgebracht, kann in summa eine Widerstandsverminderung erzielt werden.

Einleitung

Charakteristisch für die strömungsphysikalische Forschung im Bereich poröser, permeabler Medien war bislang, dass überwiegend Durchströmungsprobleme bei relativ geringen Porositäten untersucht wurden. Typischerweise wurde hierbei zur Beschreibung der Strömung und der auftretenden Druckverluste das Darcy'sche Gesetz (Darcy 1856, Bear 1972) bzw. das Darcy-Forchheimer-Gesetz (Forchheimer 1914-1916) zugrunde gelegt. Diese Gesetze besitzen keine Gültigkeit mehr, wenn die Strömungsgeschwindigkeiten nicht mehr klein sind und das Porenvolumen des porösen Mediums so groß wird (Porenvolumen/Gesamtvolumen > 95%), dass Turbulenz in den Zwischenräumen des Mediums erhalten, bzw. sogar erzeugt werden kann. Im Gegensatz zu dichten porösen Medien, wurde die Umströmung und Grenzschichtphänomenologie von hochporösen, permeablen Oberflächen bislang nicht hinreichend untersucht. In diesem Bereich fehlt es bereits am Grundlagenwissen für simple Geometrien, wie z.B. der Umströmung von Kreiszyllindern oder Kugeln mit hochporösen Grenzflächen. Ebenso fragmentarisch untersucht ist der Einfluss, den die Permeabilität der hochporösen Grenzfläche auf die Turbulenz der Überströmung (Rückwirkung) ausübt. Hier treten sehr komplexe Effekte an der makroskopischen Grenzfläche des porösen Körpers zur freien Strömung hin auf.

Zur Thematik der Überströmung poröser, permeabler Wände/Körper liegen nur wenige Studien vor, aus denen allerdings hervorgeht, dass man die auftretenden Grenzflächeneffekte technisch vorteilhaft verwenden könnte. So eignen sich hochporöse starre oder flexible Grenzflächen durch Veränderung von Parametern wie Porengröße, Porenform, Porenvolumen und Grenzflächenrauigkeit, um die Überströmung gezielt zu beeinflussen. Hierdurch können z.B. energieverzehrende Strömungsablösungen an Fortbewegungsmitteln kontrolliert und positiv beeinflusst werden ("Regularisierung" der Strömung). Die Umströmung bewegter stumpfer Körper (z.B. Kraftfahrzeuge) ist durch auftretende Strömungsablösungen hochgradig dreidimensional, was verbunden ist mit einem starken Anstieg des Druckwiderstandes in Abhängigkeit von der Heckgeometrie. Es konnte in diesem Zusammenhang durch eine numerische Studie gezeigt werden, dass der Widerstand von Fahrzeugen durch Aufbringen poröser Seitenflächen um bis zu 45% gesenkt werden kann, siehe Bruneau et al. 2006 a. Die Ursache hierfür liegt in der Beeinflussung des Wirbelgebiets hinter dem Fahrzeug und damit des Druckwiderstands. In einer weiteren Studie konnte nachgewiesen werden, dass die Amplitude von Wirbelablösungen, die an Bauteilen/Bauwerken häufig zu zerstörerischen Schwingungen führen, durch das Aufbringen einer porösen Außenschicht auf die umströmten Komponenten stark verringert werden kann (Bruneau et al. 2006 b, Bhattascharyya et al. 2011).

Festzuhalten gilt, dass gegenwärtig zwar einige Einzelstudien zur Thematik vorliegen, das diesbezügliche Grundlagenwissen bislang aber nicht systematisch erarbeitet wurde. Im vorliegenden Beitrag wird deshalb eine Basisgeometrie - der frei umströmte, porös ummantelte Zylinder - untersucht, wobei für die Untersuchungen zur Widerstandsabhängigkeit Wandschichten unterschiedlicher Stärke und Porosität/Permeabilität auf die Zylinderoberfläche aufgebracht werden.

Zylinderumströmung

Die Erforschung des Strömungs- und Widerstandsverhaltens von glatten Kreiszyklindern ist historisch betrachtet insbesondere mit den Namen von Strouhal 1878, von Kármán 1911, Wieselsberger 1921 und Roshko 1961 verbunden. Eine gute Zusammenstellung der Ergebnisse verschiedener Autoren findet sich bei Hoerner 1965. Rauhe Zylinder wurden insbesondere von Fage und Warsap 1929, Achenbach 1968 und 1971, sowie Achenbach und Heinicke 1981 untersucht. Das in all diesen Arbeiten rapportierte Wissen dürfte hinreichend bekannt sein, beschränkt sich aber auf glatte und raue Zylinder, wobei unter „Rauigkeit“ eine Art Sandrauigkeit verstanden wird. Nikuradse 1933 führte zur Charakterisierung von technisch rauhen Oberflächen den Begriff der Sandrauigkeit ein. Hierunter versteht man eine Schicht aus Sandkörnern eines einzigen Durchmessers, die dicht an dicht homogen auf der Oberfläche des Körpers aufgebracht wurden. Die Höhe dieser Sandkörner gleicher Größe wird als Sandrauigkeit k_s bezeichnet. Technische Oberflächen weisen jedoch vielfach nicht eine solche Homogenität der Rauigkeitselemente auf. Vielmehr findet man häufig unregelmäßige Rauigkeitsverteilungen (Texturen), so dass der Begriff der äquivalenten Sandrauigkeit k_{sae} eingeführt wurde, die dadurch charakterisiert ist, dass sie in ihrer Wirkung den gleichen strömungsmechanischen Effekt hervorruft, wie eine homogene Sandrauigkeit in engster Lagedichte.

Die Rauigkeit einer Oberfläche wird in der Strömungsmechanik durch eine Rauigkeits-Reynoldszahl klassifiziert. Sie stellt das Verhältnis der Sandrauigkeitshöhe zur Dicke der viskosen Unterschicht dar, $Re_k = k_s/\delta_v$. Für $Re_k < 5$ spricht man von hydraulisch glatten Oberflächen. In diesem Bereich werden die Rauigkeitselemente von der viskosen Unterschicht bedeckt. Der Bereich $5 < Re_k < 70$ wird als Übergangsbereich bezeichnet und bei $Re_k > 70$

spricht man vom vollrauen Bereich, in dem die Höhen der Rauigkeitselemente bis in den Bereich des logarithmischen Wandgesetzes hineinragen.

Diese Definitionen und Festlegungen sind jedoch nicht umfassend genug, um sie auf vollraue, permeable Wände übertragen zu können. Wandrauigkeit und Wandpermeabilität sind nicht dasselbe und führen i.a. zu phänomenologisch unterschiedlichem Strömungsverhalten. Charakteristisch für die Strömung über permeablen Wände ist, dass der Reibungsanteil am Gesamtwiderstand im porösen Medium aufgrund einer erhöhten, umströmten Fläche zunimmt. Darüber hinaus werden die einzelnen Rauigkeitselemente als einzeln umströmte Körper wahrgenommen, was dazu führt, dass sich viele kleine Druckwiderstände ausbilden und den Gesamtwiderstand nochmals zusätzlich (im Vergleich zur sandrauen Wand) erhöhen. Ferner treten Querschwankungen an der Grenzfläche zur Außenströmung auf, die in die poröse Schicht eindringen können (Impuls in Strömungsrichtung, der quer dazu verfrachtet wird, siehe auch Breugem et al. 2006). Auf diese Weise wird eine Art turbulente Scheinreibung induziert, die die Strömungsverluste weiter erhöhen. Wie man sieht, zeigen sich nun an der Grenze zur permeablen Schicht dreidimensionale, turbulenzbehaftete Vorgänge, die nicht mehr so einfach, wie bei der Überströmung glatter oder sandrauer Wände, durch eine viskose Wandschubspannung und eine Reynoldszahl beschrieben werden können.

Experimentelle Einrichtung zur Widerstandsmessung

Auf experimentelle Weise wurde mit Hilfe einer Kraftwaage der Strömungswiderstand F_W von porös ummantelten Zylindern im Windkanalversuch gemessen. Das Vorgehen zur Widerstandsermittlung wurde in zwei Versuchsreihen gegliedert. In der ersten Versuchsreihe wurden zehn vollständig ummantelte Zylinder mit gleichem Außendurchmesser bei verschiedenen Geschwindigkeiten im Windkanal angeströmt. Der Messbereich befindet sich für alle Zylindermodelle innerhalb des unterkritischen Re-Bereichs. Hinsichtlich ihrer Oberfläche wurden ein lackierter Zylinder, ein unlackierter Zylinder und diverse ummantelte Zylinder (mit drei verschiedenen Porengrößen mit je unterschiedlicher Schichtdicke eines permeablen Materials) verwendet. In der zweiten Versuchsreihe wurden acht weitere Kreiszyylinder bei gleichen Anströmgeschwindigkeiten und gleichem, konstant bleibendem Außendurchmesser untersucht. Porengröße und Schichtdicke des permeablen Materials blieben gleich. Die Zylinder unterscheiden sich hinsichtlich der ersten Versuchsreihe dadurch, dass die einzelnen Modelle nicht mehr vollständig ummantelt waren, sondern nur noch die Leeseite. Für beide Versuchsreihen wurden zur Simulation des unendlich langen Zylinders und einer 2D-Umströmung an den Enden des Zylinders „splitter plates“ angebracht. In den Versuchen konnte der Reynoldszahlbereich von 10^4 bis 10^5 vermessen werden.

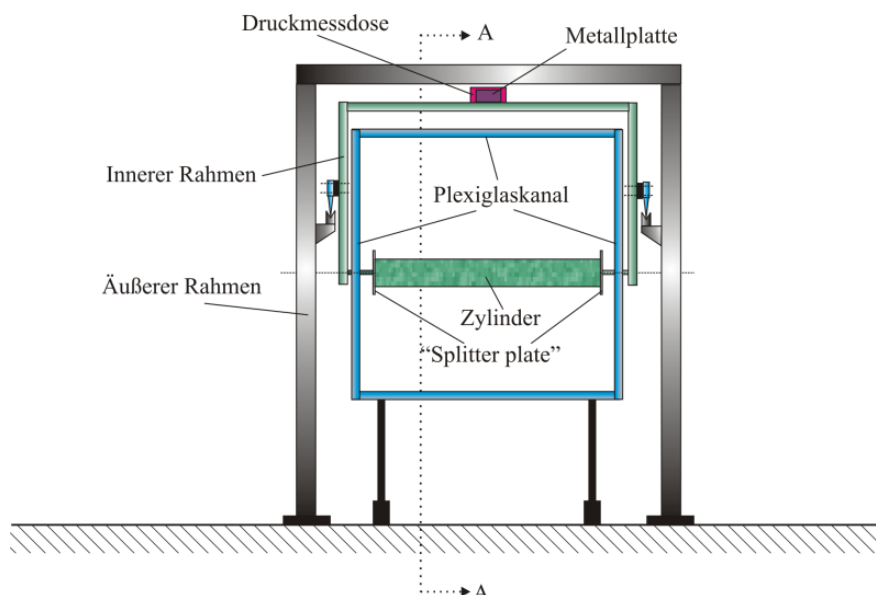


Abb.1: Messvorrichtung, Blick entgegen der Strömungsrichtung

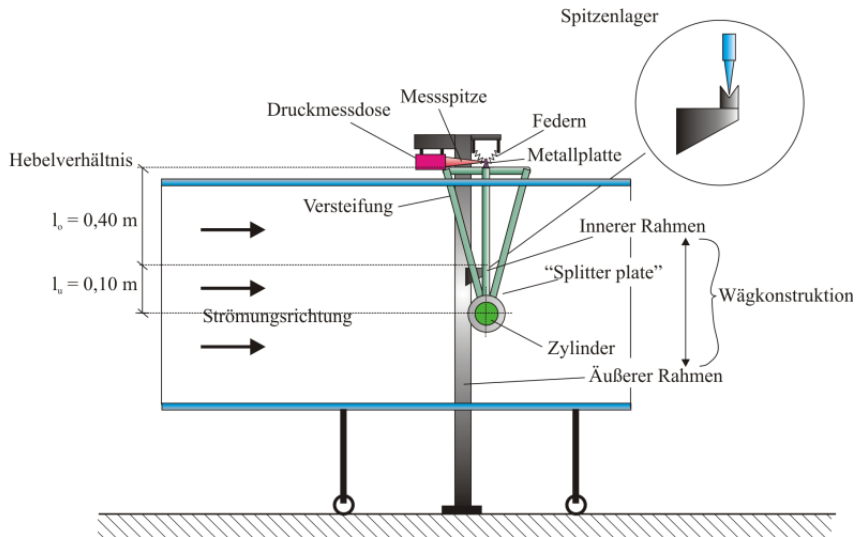


Abb.2: Messvorrichtung, in der Seitenansicht

Zylindermodelle

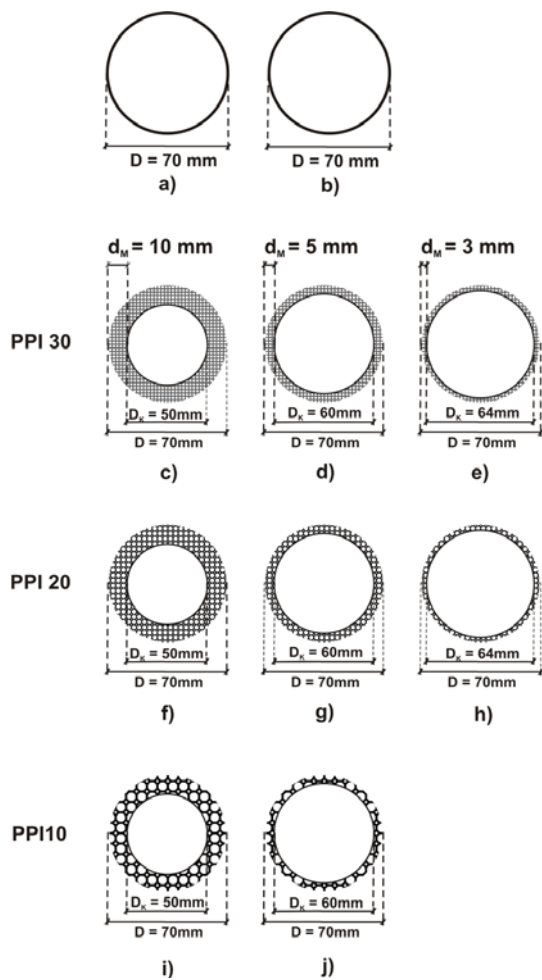


Abb. 3: Schematische Darstellung der voll ummantelten Zylindermodelle aus Versuchsreihe 1

Die Zylinderkerne wurden aus Balsaholz gefertigt. Die Länge betrug $L = 70$ cm. Der Holzkern wurde in den verschiedenen Versuchsreihen mit einer porösen Hülle ummantelt. Der äußere Durchmesser blieb für alle Modelle mit $D = 70$ mm immer konstant. Abb. 3 und 4 gibt die Abmessungen der untersuchten Konfigurationen wieder.

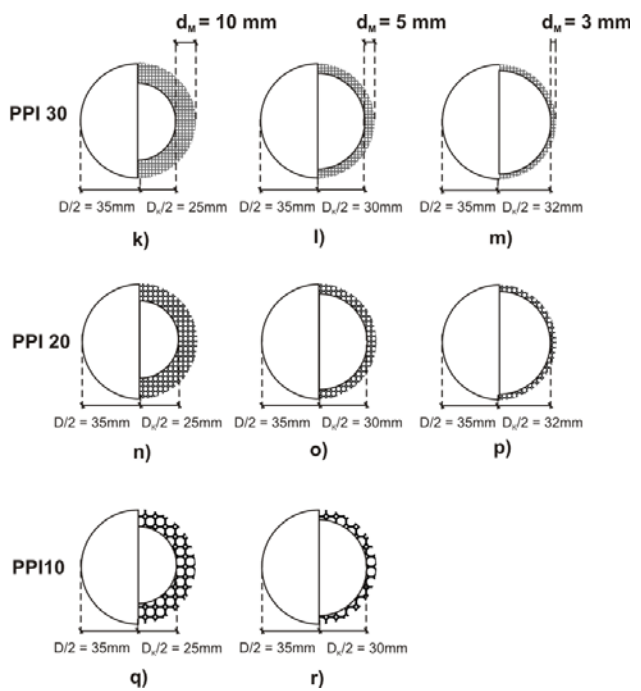


Abb. 4: Schematische Darstellung der halb ummantelten Zylindermodelle aus Versuchsreihe 2

Die poröse Ummantelung der Zylinder besteht aus dem technischen Schaumstoff Poret-Ester der Firma EMW Filtertechnik GmbH in D-65582 Diez. Der verwendete Schaumstoff unterscheidet sich hinsichtlich der Schichtdicke und der Porosität. Es wurden drei verschiedene Schichtdicken verwendet. Die dickste Schicht beträgt $d_M = 10$ mm, die mittlere $d_M = 5$ mm und die kleinste weist eine Dicke von $d_M = 3$ mm auf. Bei der Porosität wurden drei unterschiedliche Porositätsstrukturen verwendet mit PPI-Wert (pores per inch) von 10, 20 und 30, siehe Abb. 5.

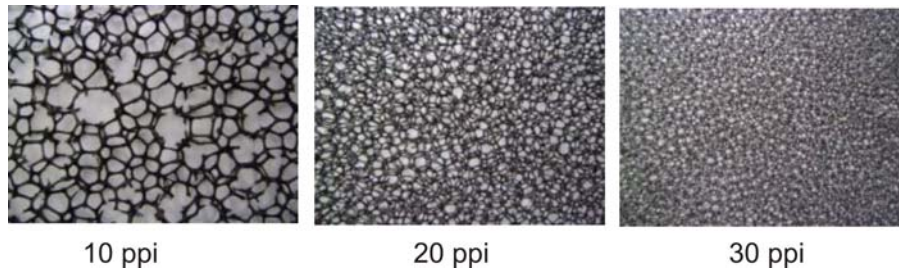


Abb. 5: Poret-Ester-Technikschäume verschiedener Permeabilität; Stärke 5mm

Durch gesonderte Durchströmungsuntersuchungen wurden die Druckverlustbeiwerte des Mantelmaterials bestimmt. Für den grobporigen Schaumstoff PPI 10 ergab sich ein Druckverlustkoeffizient von $\lambda = 250$, für den Schaumstoff PPI 20 betrug der Druckverlustkoeffizient $\lambda = 500$ und für das feinporigste Schaumstoffmaterial PPI 30 ergab sich ein Druckverlustkoeffizient von $\lambda = 1000$. Abb. 6 zeigt ein Foto der untersuchten, voll ummantelten Zylinder.



Abb. 6: Voll (porös) ummantelte Zylindermodelle

Methoden der quantitativen und qualitativen Strömungsanalyse

Zur Vermessung des Geschwindigkeitsfeldes hinter den Kreiszyklindern wurde ein 2D LDA-System verwendet, mit dem es möglich war, an den Messpunkten die Horizontal- und die Vertikalkomponente der Geschwindigkeit gleichzeitig zu messen. Als Lichtquelle wurde ein 4 W Argon Ionen Dauerstrich-Laser Innova 90 von CoherentTM mit den Wellenlängen $\lambda_1 = 514.5$ nm (grün) und $\lambda_2 = 488.0$ nm (blau) verwendet. Über Glasfaserkabel werden die vier Partialstrahlen zum Messkopf (Brennweite 700 mm) geleitet. Für die Untersuchungen wurde die Luft mit 1,2 – Propylenglykol Tröpfchen versehen. Die erzeugten Teilchen besitzen einen

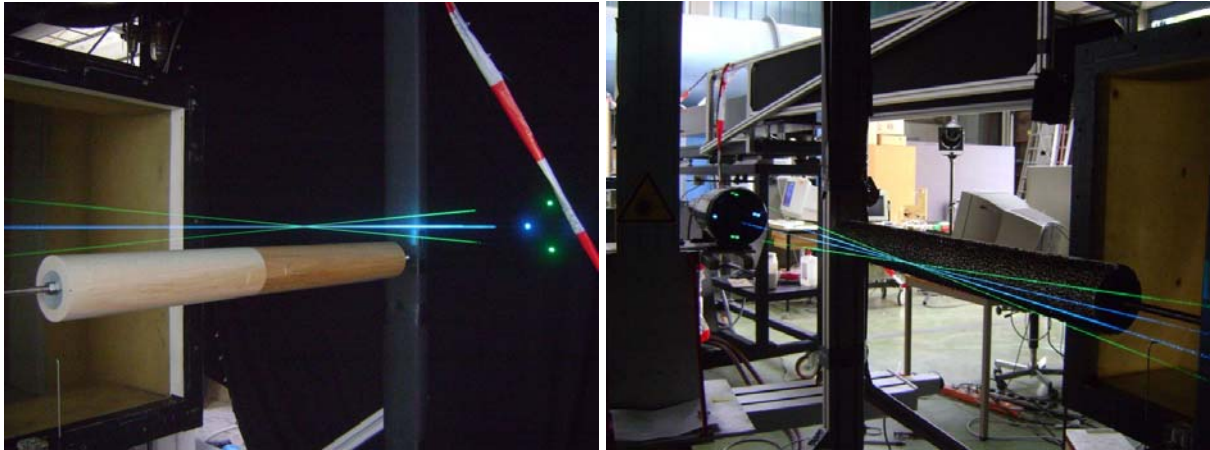


Abb. 7: Messvolumen hinter dem glatten (links) und permeabel ummantelten (rechts) Zylinder

Durchmesser von 1-3 μm . Abb. 7 zeigt die sich kreuzenden Laserstrahlen hinter einem Messzylinder. Die Signalauswertung wurde mit einem Digital Burst Correlator der Fa. TSI, Modell IFA 750 vorgenommen.

Hinter den jeweiligen Kreiszyklindern wurde ein Geschwindigkeitsfeld der Größe 28 cm x 42 cm vermessen. Dabei wurden neun vertikale Schnitte mit jeweils 29 Messpunkten, die wiederum einen vertikalen Abstand von 1 cm zueinander haben, mit der Traverse abgefahren. Der erste vertikale Schnitt lag bei einem Abstand von der Zylinderaußenkante von $x/d=0,4$. Die einzelnen Schnitte reichen in vertikaler Richtung von $y = +14$ cm (2d) bis $y = -14$ cm (-2d) in Bezug auf die horizontale Zylinderachse. So wurden in der Summe 261 Messpunkte pro Zylinder bei einer Geschwindigkeit von 2.6 m/s gemessen ($Re=12.000$). Der letzte Schnitt der Messebene bei $x/d = 6$ liegt 107 cm von der Auslassdüse entfernt.

Zur qualitativen Untersuchung, d.h. zur Strömungssichtbarmachung wurde eine Hochgeschwindigkeitskamera Typ 1200hs der Firma PCO eingesetzt, siehe Abb. 8. Die Kamera ist bei voller Auflösung (1280 x 1024 Pixel) in der Lage, Bildraten von 636 fps (frames per second) zu erreichen. Sie hat einen integrierten Speicher von 4 Gigabyte und erlaubt hohe Datenraten von bis zu 1 Gigabyte/sec.

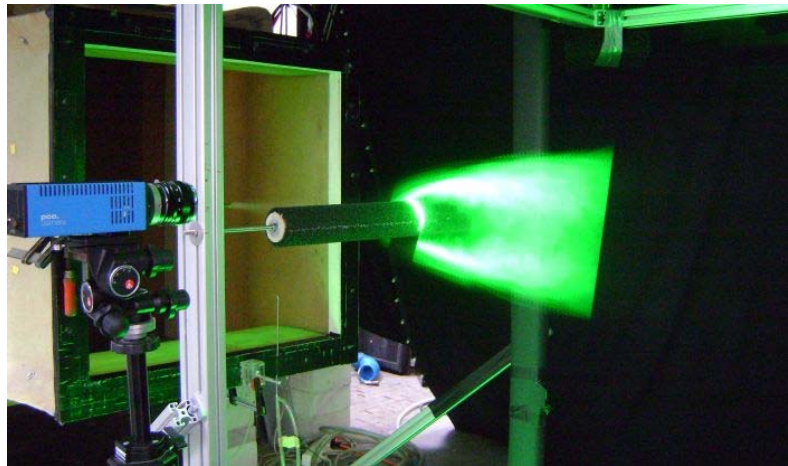


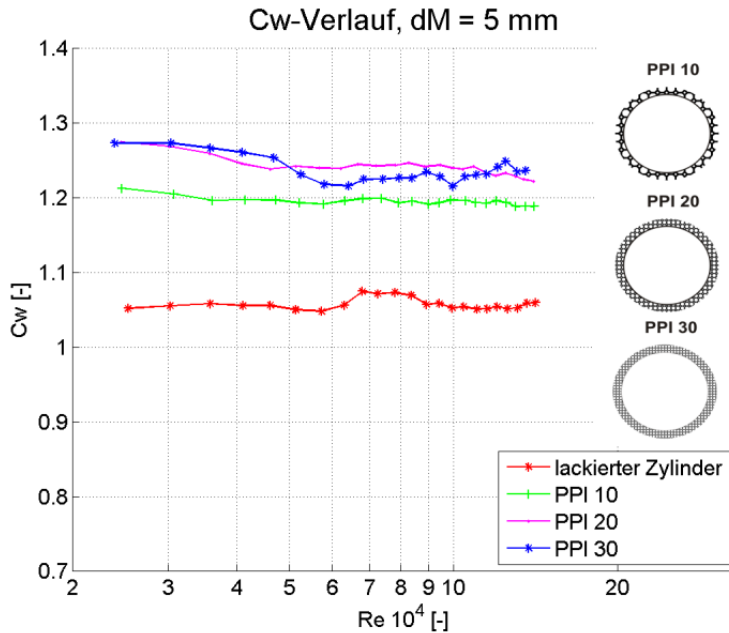
Abb. 8: Laserlichtschnittaufnahmen mit Hochgeschwindigkeitskamera

Für die Erzeugung von Laserlichtschnitten bei den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen wurden zwei Nd:YAG Lasern der Firma Lee eingesetzt, die im Pulsbetrieb arbeiteten (maximale Lampenleistung 6 kW, Q-switch-Betrieb 10 kHz mit einer Durchschnittsleistung von 44,9 W für Laser 1 und 48,8 W für Laser 2).

Bei dem verwendeten Windkanal handelt es sich um einen rückgeführten, frei ausblasenden Windkanal Göttinger Bauart mit einer Länge von 12,6 m, in dem Geschwindigkeiten von bis zu 50 m/s möglich sind. Der Ausblasdüsenquerschnitt beträgt 75 cm x 75 cm und die Messstrecke ist 330 mm lang. Kurz hinter dem Düsenauslass (Abstand 22 mm) beträgt der Turbu-

lenzgrad ca. 2 %. Die Vermessung der Zylinder wurde in einem Abstand von 61,5 cm hinter dem Düsenauslass vorgenommen, so dass sichergestellt werden konnte, dass die gesamte Versuchsanordnung der gleichmäßigen Strömung des Düsenkerns ausgesetzt war.

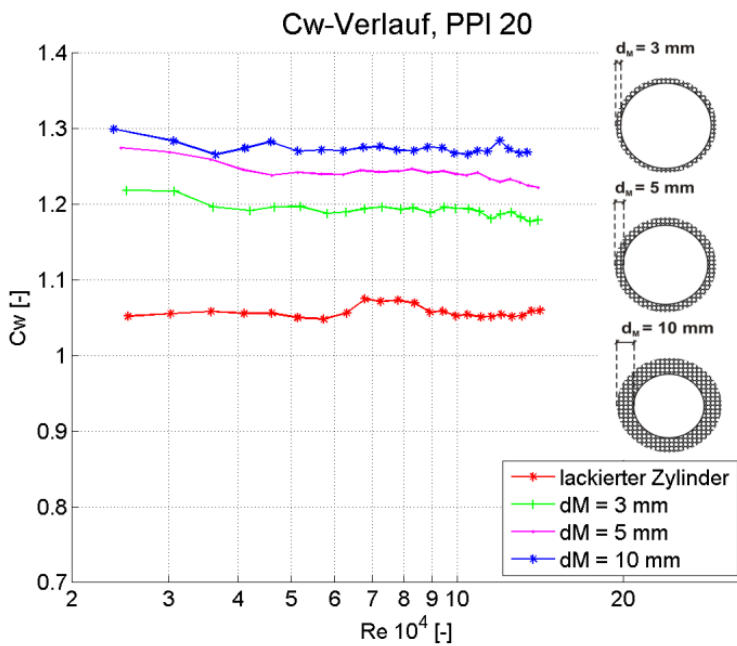
Ergebnisse der Widerstandsmessungen



Die vollraue Grenzfläche der permeablen Schicht zur Außenströmung verläuft von Anfang an turbulent. Die Rauigkeiten erzeugen kleine Turbulenzen, so dass turbulente Schwankungen entlang und durch die permeable Grenzfläche entstehen. Insbesondere durch den zur Grenzfläche vertikalen Impulsaustausch verdickt sich die Grenzschicht entlang der Grenzfläche schnell, was sich in höheren Verlusten im Vergleich zu einer glatten Wand und letztlich in einem höheren Gesamtwiderstand niederschlägt.

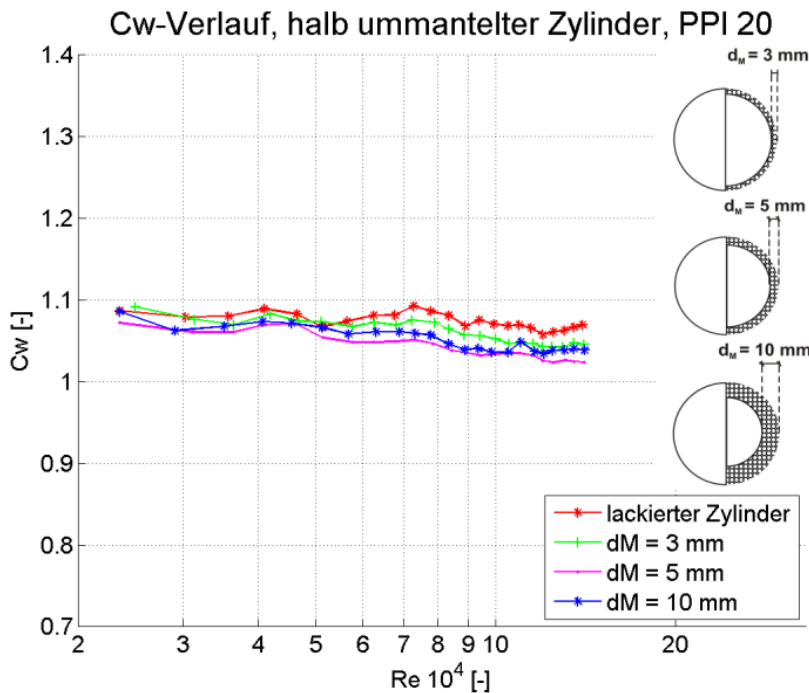
Abb.9: Verlauf des Widerstandsbeiwerts bei unterschiedlich permeabler Ummantelung; Schichtdicke 5 mm

In Abb. 9 wird die Erhöhung des Widerstandsbeiwerts für unterschiedliche Permeabilitäten der Mantelschicht wiedergegeben. Eingezeichnet ist auch die Kurve für den glatten, lackierten Zylinder. Es zeigt sich, dass im untersuchten Re-Bereich kein linearer Zusammenhang zwischen Permeabilität und Widerstandserhöhung besteht.



In Abb. 10 werden die Widerstandsbeiwerte für eine feste Permeabilität (20 ppi), aber unterschiedliche Schichtdicken wiedergegeben. Wie die Messungen zeigen, nimmt der Gesamtwiderstand des Zylinders mit zunehmender Schichtdicke der Ummantelung zu. Die Widerstandserhöhung ändert sich beim Zylinder, wenn die poröse, permeable Ummantelung nicht vollständig um den Zylinder, sondern selektiv nur im Leebereich angeordnet wird, siehe Abb. 11.

Abb. 10: Verlauf des Widerstandsbeiwerts bei fester Permeabilität, aber unterschiedlicher Schichtdicke



Der Gesamtwiderstand des Zylinders sinkt nun im Verhältnis zum rundum glatten Zylinder. Offensichtlich wird durch die permeable Schicht auf der Leeseite der Ablösebereich verkleinert, womit der Gesamtwiderstand sinkt.

Abb. 11: Verminderter Gesamtwiderstand bei permeabler Leeseite des Zylinders

Ergebnisse der Strömungsanalyse

Aus Abb. 12, in der die \bar{u} - Profile für den glatten und den vollrauen Zylinder mit ppi 30 bei einer Materialstärke von 10 mm dargestellt sind, wird deutlich ersichtlich, dass das Nachlaufgebiet beim permeabel ummantelten Zylinder breiter ist und zudem die maximalen mittleren Rückströmgeschwindigkeiten im Nachlauf deutlich geringer sind (ca. 40 %). Des Weiteren ist zu beobachten, dass die Spanne von gemessenen \bar{u} -Werten im Strömungsnachlauf beim vollrauen Material viel geringer ist als beim glatten Zylinder. Dies spricht dafür, dass das poröse Material eine Vergleichmäßigung bzw. Regulierung des Nachlaufs verursacht.

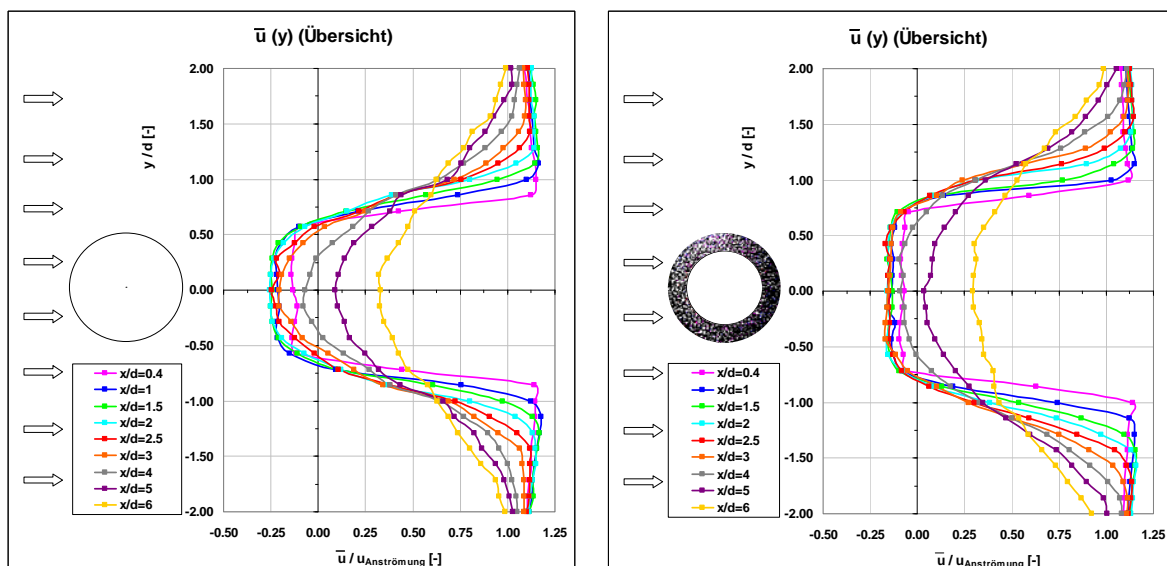


Abb. 12.: Horizontalgeschwindigkeit \bar{u} (y) in allen neun Schnitten für den glatten Zylinder (links) und den Zylinder mit permeabler Schicht ppi 30 bei einer Materialstärke von 10mm (rechts)

Vergleicht man die turbulente kinetische Energie in der ersten Messebene direkt hinter dem Zylinder (Abstand $x/H=0,4$), siehe Abb. 13 (links), so zeigt sich, dass mit zunehmender Per-

meabilität des Mantels die Maximalwerte in der Scherschchicht kleiner gemessen werden. Ein Vergleich mit Werten aus weiter stromab liegenden Messebenen, siehe Abb. 13 (rechts) belegt allerdings, dass dies nicht symptomatisch ist, vielmehr bilden sich die Scherschchichten hinter dem Zylinder mit zunehmender Permeabilität des Mantels erst weiter stromab aus.

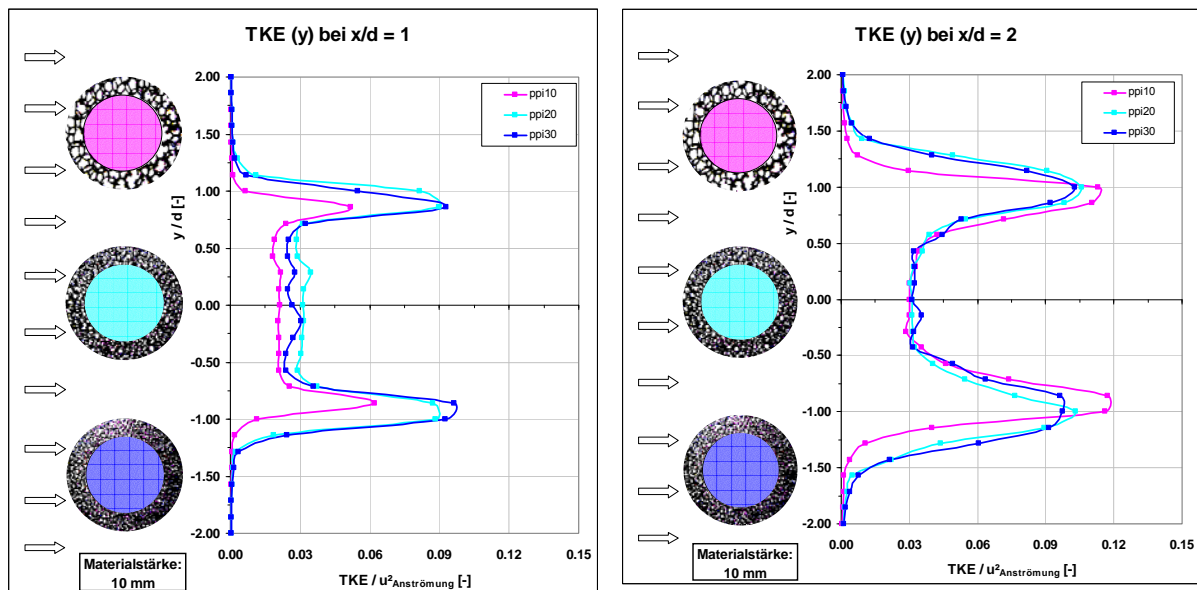


Abb. 13: Vergleich der TKE als Funktion der Permeabilität der Ummantelung (Materialstärke 10mm)

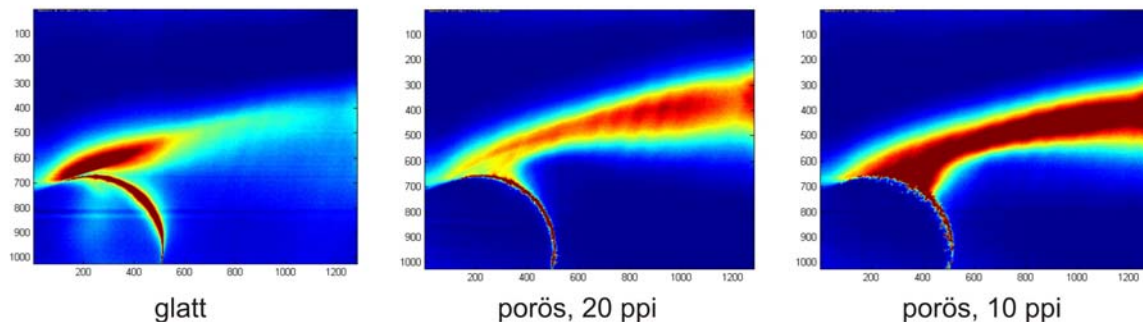


Abb. 14: Zeitgemittelte Bilder für den glatten Zylinder (links), den Zylinder mit Permeabilität 20 ppi (Mitte) und mit Permeabilität 10 ppi (rechts); 10 mm Materialstärke bei $u_{Anströmung} = 7,5$ m/s

Zusammenfassung

Grundsätzlich bestätigen alle Messungen, dass das Nachlaufgebiet von porös ummantelten Zylindern breiter verläuft. Die Rückströmgeschwindigkeiten im Nachlaufgebiet werden durch eine poröse Ummantelung deutlich reduziert, was ein Zeichen dafür ist, dass die Druckabnahme im Ablösebereich geringer ausfällt. Die Grenzschichtentwicklung auf der porös ummantelten Zylinderoberfläche verläuft von Anfang an turbulent. Die Grenzschicht verdickt sich aufgrund des nun möglichen Queraustausches von Impuls schneller und ist verlustreicher als im Fall glatter Oberflächen. Charakteristisch für den vollständig porös ummantelten Zylinder ist, dass durch die poröse, permeable Oberflächenschicht der Ablösebereich sich stark nach hinten, d.h. stromab verbreitert. Es entsteht so oberflächennah ein größerer Bereich mit verschwindend geringen Geschwindigkeiten, siehe Abb. 14. Der Gesamtwiderstand von vollständig porös ummantelten Körpern ist höher als im Falle glatter Oberflächen. Kombiniert man allerdings die positiven Effekte einer glatten Oberfläche (geringste Oberflächenreibung) auf der Luvseite mit den positiven Effekten einer permeablen Wandschicht auf der

Leeseite (Reduzierung der Druckabnahme), so ist es möglich, den Gesamtwiderstand eines umströmten Körpers in summa zu reduzieren.

Weiterführende Arbeiten zur Thematik werden gegenwärtig durchgeführt und beziehen sich auf Messungen bei höheren Reynoldszahlen, der Ableitung relevanter Kennzahlen, eine optimierte Startposition der permeablen Wandschicht und das Schwingungsverhalten von umströmten, porös ummantelten Körpern (Wirbelresonanzschwingungen).

Literatur

- Achenbach, E., 1968:** "Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6$ ", J. Fluid Mech. 34, 625-639.
- Achenbach, E., 1971:** Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. In: Journal of Fluid Mechanics 46 (1971), Nr. 2, S. 321–335
- Achenbach, E. and Heinecke, E., 1981:** "On Vortex Shedding From Smooth and Rough Cylinders in the Reynolds Numbers from 6×10^3 to 5×10^6 ", J. Fluid Mech. 109, 239-251, 1981.
- Bear, J., 1972:** "Dynamics of fluids in Porous Media", Dover Publications, New York
- Bhattacharyya, S., Singh, A. K., 2011:** "Reduction of drag and vortex shedding frequency through porous sheath around a circular cylinder", Int. Journal for numerical methods in fluids 65, S. 683–698.
- Breugem, W. P., Boersma, B. J., Uittenbogaard, R. E., 2006:** "The influence of wall permeability on turbulent channel flow", Journal of Fluid Mechanics 562 (2006), S. 35–72.
- Bruneau, C.-H., Mortazavi, I., 2006 a:** "Flow regularisation and drag reduction around blunt bodies using porous devices", European Drag Reduction and Flow Control Meeting, Ischia, Italy, 2006
- Bruneau, C.-H., Mortazavi, I., 2006 b:** "Control of vortex shedding around a pipe section using a porous sheath", International Journal of Offshore and Polar Engineering 16 (2006), Nr. 2, S. 90–96. – ISSN 1053–5381
- Darcy, Henry, 1856:** "Les fontaines publiques de la ville de Dijon", Dijon, Paris
- Forchheimer, Philipp, 1914-16:** "Lehr- und Handbuch der Hydraulik", 5 Bände
- Fage, A., Warsap, J. H., 1929:** "The effects of turbulence and surface roughness on the drag of a circular cylinder. Aero. Res. Comm. R. & M. No. 1283.
- Hoerner, S.F., 1965:** "Fluid-Dynamic Drag", Selbstverlag; New Jersey
- Roshko, A., 1961:** "Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number", Journal of Fluid Mechanics, 10: 345-356
- Strouhal, V., 1878:** Über eine besondere Art der Tonerregung, *Annalen der Physik und Chemie* 5 (10), pp. 216–251
- Kármán v., T., 1911:** "Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt", Nachrichten d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen. Math.-phys. Kl. 1911, pp. 509-517 und Kl. 1912 pp.547-556
- Nikuradse, J., 1933:** "Strömungsgesetze in Rauhen Röhren, Forschungsheft 361, Teil B, VDI Verlag, Berlin
- Wieselsberger, C., 1921:** „Neuere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes“, Physikalische Zeitschrift Nr. 11, S. 321-328