

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DES EINFLUSSES DER ROHRKRÜMMUNG AUF DEN ÜBERGANG ZUR TURBULENZ FÜR KRÜMMUNGSVERHÄLTNISSE VON 0,1 UND 0,049

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF CURVATURE ON THE TRANSITION TO TURBULENCE FOR CURVATURE RATIOS OF 0.1 AND 0.049

Michael Schwegel, Jakob Kühnen und Hendrik Kuhlmann

Institut für Strömungsmechanik und Wärmeübertragung, Resselgasse 3, 1040 Wien

Übergang zur Turbulenz, Strömung im gekrümmten Rohr, Torus, LDA

transition to turbulence, curved-pipe flow, torus, LDV

Zusammenfassung

Wir untersuchen den Übergang laminarer Strömungen zur Turbulenz in gekrümmten Rohren experimentell. Dabei liegt der Fokus auf dem Einsetzen der ersten Instabilität und dem damit verbundenen Auftreten wandernder Wellen. Um die zugehörigen Strömungsstrukturen zu untersuchen, verwenden wir einen für optische Messmethoden optimierten Versuchsaufbau, bei dem eine rollende Kugel eine konstante Durchflussrate (mittlere Geschwindigkeit U) in einem toroidalen Rohr erzeugt. Die Kugel wird von außen mit Hilfe eines Magneten bewegt. Die untersuchten Krümmungsverhältnisse (Rohrdurchmesser d zum Durchmesser der Rohrwicklung D) sind $d/D=0,1$ und $d/D=0,049$. Bei Reynoldszahlen unterhalb einer kritischen Reynoldszahl, welche vom Krümmungsverhältnis abhängt, finden wir mittels Laser-Doppler-Anemometrie eine stationäre laminare Grundströmung. Oberhalb der kritischen Reynoldszahl finden wir eine oszillierende Strömung, die aus einer superkritischen Bifurkation hervorgeht. Wir zeigen eine Spektralanalyse sowie Bifurkationsdiagramme der Instabilität (Abb. 3).

Einleitung

Durch die Anwendung moderner Lasermethoden konnten in den letzten Jahren große Fortschritte im Verständnis der Transition von laminaren zu turbulenten Strömungen in geraden Rohren erzielt werden (siehe z.B. Hof et al. 2004; Eckhardt et al. 2007; Mullin 2011). Im geraden Rohr erfolgt der Übergang zur Turbulenz nicht über eine Sequenz von symmetriebrechenden Bifurkationen. Die Hagen-Poiseuille-Strömung ist für beliebige Reynoldszahlen $Re = Ud/\nu$ linear stabil, wobei U die mittlere Geschwindigkeit, d der Rohrdurchmesser und ν die kinematische Viskosität des Fluids ist.

Das Szenario des Übergangs einer laminaren Grundströmung zu einer turbulenten Strömung in gekrümmten Rohren unterscheidet sich wesentlich von jenem in geraden Rohren. Anstatt eines abrupten, direkten Überganges tritt in vielen Fällen zunächst ein stabiler, laminarer Zwischenzustand auf. Vollständig ausgebildete Turbulenz wird im gekrümmten Rohr erst bei

deutlich höheren Reynoldszahlen gefunden als in geraden Rohren (siehe z.B. Berger et al. 1983, Piazza & Ciofalo 2011).

Die hier untersuchten Rohrströmungen innerhalb eines Torus weisen ausgeprägte Bifurkationen im Bereich der Transition auf. Diese sollen im Hinblick auf Gesetzmäßigkeiten näher untersucht werden.

Versuchsaufbau

Abbildung 1 zeigt die Hauptkomponenten des verwendeten Versuchsaufbaus und den Antriebsmechanismus. Zwei transparente Plexiglas-Platten, in welche konzentrische halbkreisförmige Nuten gefräst wurden, sind spiegelsymmetrisch miteinander verschraubt. Die beiden Nuten bilden einen geschlossenen toroidalen Hohlraum. Dieser stellt den Strömungskanal für das Arbeitsfluid dar. In den Versuchen wurde Wasser als Arbeitsfluid verwendet. Um eine Strömung erzeugen zu können, wurde eine Kugel aus ferromagnetischem Chromstahl mit einem Durchmesser nur wenig kleiner als der des toroidalen Rohres in selbigem positioniert. Die Stahlkugel wird von außerhalb der Platten mittels eines starken Permanentmagneten bewegt, der an einem Rotationsarm befestigt ist. Dieser wird von einem Gleichstrommotor über einen Riemen angetrieben. Um den Volumenstrom konstant und präzise einstellen zu können, wird der Motor mittels Tachometer von einem 4-Quadranten-Servocontroller geregelt. Die Reynoldszahl $Re = U d / \nu$ ergibt sich aus der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\Omega = U D / 2$ des Rotationsarms, dem die Kugel folgt, dem Durchmesser des Strömungskanals d und der kinematischen Viskosität ν des Fluids.

Zur Messung der Geschwindigkeit mittels Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) ist ein großer Rohrdurchmesser von Vorteil. Darum wurde der Durchmesser des Strömungskanals mit $d = 30,03$ mm dimensioniert, nur wenig größer als der Durchmesser der Kugel $d_K = 30$ mm. Um eine rollende Bewegung der Kugel zu ermöglichen, ist ein gewisses Spiel erforderlich. Der dadurch entstehende kleine Spalt zwischen Kugel und Rohrwand mit Querschnittsfläche mit $14,2$ mm² führt zu einer Leckage-Strömung von etwa 2% des nominellen Volumenstroms.

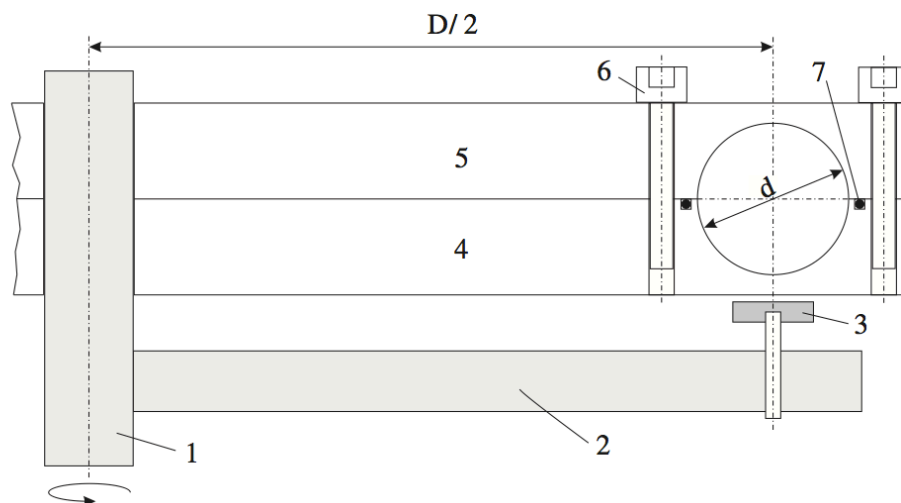


Abbildung 1 Aufbauzeichnung im Querschnitt. Eine rotierende Welle (1) dreht sich, durch einen Gleichstrommotor getrieben, um die Achse des Torus. An einem an der Welle befestigten Arm befindet sich ein Magnet (3). Dieser ist über eine Gewindestange in den Arm gedreht und befindet sich in einem einstellbaren Abstand etwa 1 mm von der unteren Plexiglasplatte (4) entfernt. Die obere (5) und untere Platte sind verschraubt (6) und mit einer 2,5 mm O-ring Dichtung (7) versiegelt, die sich in einer Ausfräsung von 2,2 x 2,5 mm befindet. 32 Schrauben (16 innen, 16 außen) stellen die Dichtheit sicher. Die Abbildung ist nicht maßstabgetreu.

Bei gegebenem Rohrdurchmesser ergibt sich mit $D=614$ mm das Krümmungsverhältnis $\delta = d/D = 0,049$ und mit $D=0,303$ mm ergibt sich $\delta = 0,1$.

Zur Bestimmung der Viskosität des Arbeitsmediums wird die Temperatur mit zwei Platin-Widerstandsthermometern gemessen. Diese befinden sich in Bohrungen in einem Winkelabstand von 90° und lassen eine Restwandstärke des Rohres von $0,08$ mm. Zusätzlich wurde die Bohrung mit Wärmeleitpaste benetzt. Dies erlaubt eine Temperaturmessung mit einer Genauigkeit von $\pm 0,1$ K. Die Viskosität wurde im Bereich von 15 bis 30°C mittels Kapillarviskosimeter gemessen und durch ein Polynom vierten Grades approximiert.

Eine Kombination aus einem LabView-Programm und einer USB-Datenerfassungskarte (National Instruments) wurde benutzt, um die Reynoldszahl automatisch zu bestimmen und die entsprechende Winkelgeschwindigkeit einzustellen. Im LabView-Programm wurden die funktionalen Zusammenhänge der Temperatur, Viskosität und Geometrie verarbeitet und in Echtzeit an den Controller ausgegeben. Die Reynoldszahl kann so in einem Bereich von 1000 bis 15000 mit einer Genauigkeit $\pm 2\%$ eingestellt werden.

Für die LDA Messungen wurde der Versuch aufgebaut, positioniert und die gewünschte Reynoldszahl vorgegeben. Mit einem Dantec Laser-System wurde die Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung am Punkt $0,17 d$ horizontal und $0,31 d$ vertikal vom Mittelpunkt des Rohres aus gemessen.

Versuchsdurchführung und Ergebnisse

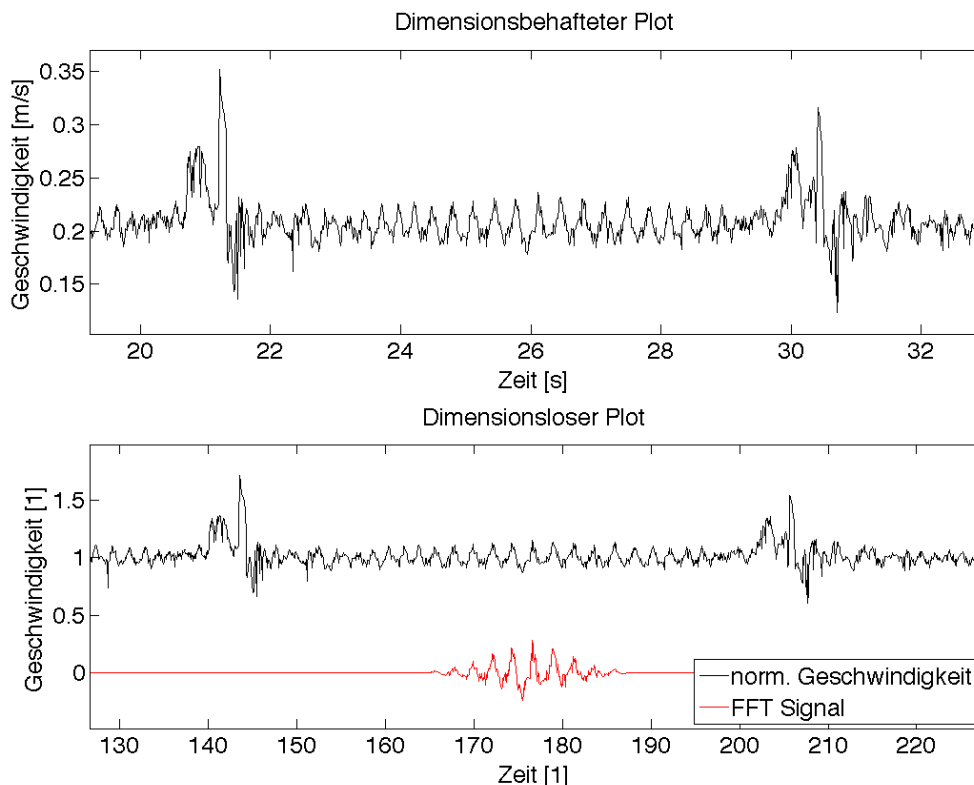


Abbildung 2 Die obere Grafik zeigt die Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung als Funktion der Zeit, wie sie mittels LDA aufgenommen wurde. Die untere Grafik zeigt die Daten mittels U normiert (obere Kurve) und das Signal, wie es für die Fourier Transformation aufbereitet wurde (untere Kurve).

Ab einer kritischen Reynoldszahl treten in der Rohrströmung im Torus stabile Oszillationen der Geschwindigkeit auf. Die Amplitude und die Frequenz der Oszillationen der Geschwindigkeitskomponente in Hauptstromrichtung wurden mittels Fouriertransformation ermittelt. Auf diese Weise wurde die Bifurkation der oszillierenden Strömung ermittelt. Abbildung 2 (obere Grafik) zeigt die Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung als Funktion der Zeit am festen Ort für den Torus mit Krümmungsverhältnis 0,049 bei der Reynoldszahl 4300. In den Randbereichen sind zwei Durchläufe der Kugel durch den Laser zu erkennen (starke Schwankungen). Im mittleren Bereich ist die Modulation der Geschwindigkeit gut erkennbar. Die Daten der Messungen wurden mit einem Matlab-Programm geladen und bearbeitet. Die von der Kugel beeinflussten Bereiche wurden ausgewählt und verworfen. Die signifikanten und von der Bewegung der Kugel unbeeinflussten Bereiche wurden mit der mittleren Geschwindigkeit U normiert. Abbildung 2 (untere Grafik) zeigt die normierten Daten (obere Kurve). Für die Auswertung mittels FFT wurde nur der fluktuierende Teil des Signals $u/U-1$, wobei u die dimensionsbehaftete Geschwindigkeit ist, verwendet. Des Weiteren wurde ein Hamming-Fenster $a - b * \cos(2 \pi x / M)$ implementiert, wobei M die Fensterbreite ist. Die Parameter $a = 25/46$ und $b = 21/46$ wurden so gewählt, dass Frequenzen, die durch den Leck-Effekt der FFT auftreten, auf einer großen Bandbreite reduziert werden.

Abbildung 3 zeigt die Fourier-Transformierte der Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptstromrichtung bei der Reynoldszahl 3500 für den Torus mit Krümmungsverhältnis 0,1. Die dominierende und fundamentale Frequenz wurde mit f_1 bezeichnet. In Abbildung 3 ist auch die harmonische Oberschwingung $2*f_1$ erkennbar.

In Abbildung 4 ist Amplitude der Fundamentalen für die beiden Krümmungsverhältnisse 0,1 und 0,049 als Funktion der Reynoldszahl dargestellt. Eine Approximation der für eine Gabelbifurkation geltenden Form $a*(Re-Re_c)^{0,5}$ wurde hinzugefügt. Die mittels kleinster Fehlerquadrate gefundenen Parameter für das Krümmungsverhältnis 0,1 lauten $Re_c = 3200$ und $a = 0,0046$ beziehungsweise $Re_c = 4075$ und $a = 0,0047$ für $d/D = 0,049$.

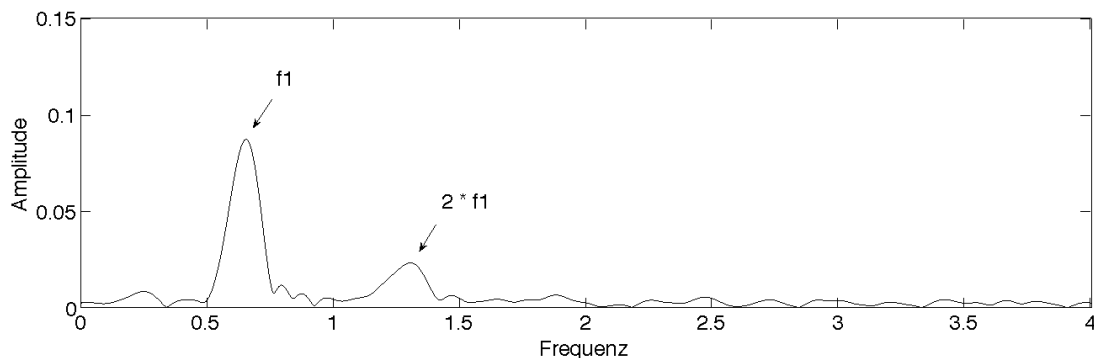


Abbildung 3 FFT der normierten Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptstromrichtung für $Re=3500$ und Krümmungsverhältnis 0,1. Die Frequenz wurde mit d/U normiert.

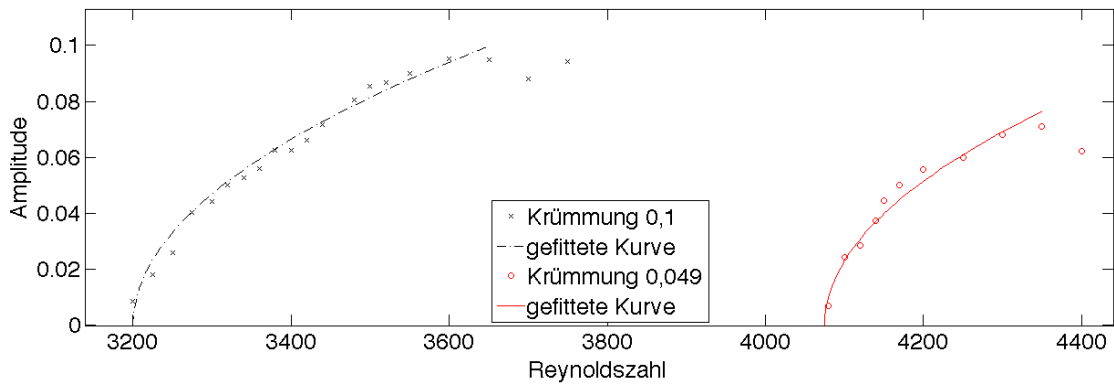


Abbildung 4 Mit U skalierte Oszillationsamplitude der fundamentalen Fourier-Mode der Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung als Funktion der Reynoldszahl für Krümmungsverhältnisse $d/D = 0,049$ und $d/D = 0,1$. Die strichlierte und durchgezogene Kurve sind Approximationen der Form $a^*(Re-Re_c)^{0,5}$ mittels kleinster Abweichungsquadrate.

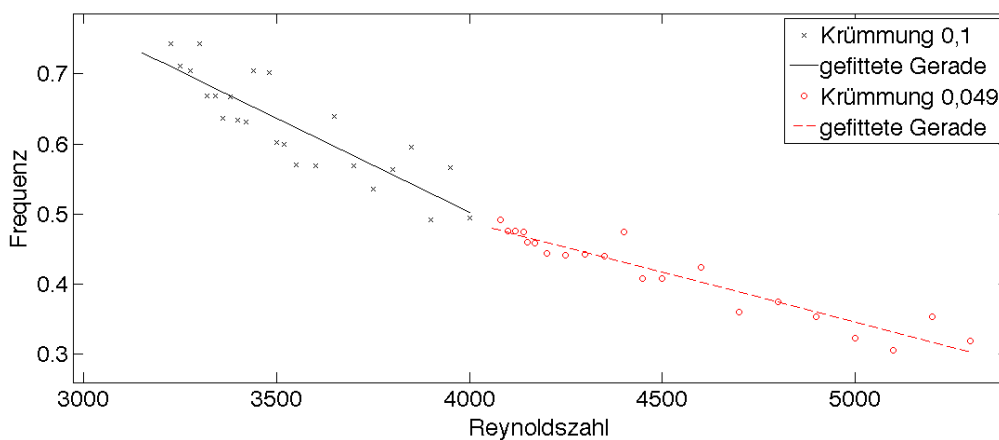


Abbildung 5 Mit d/U skalierte Oszillationsfrequenz der fundamentalen Fourier-Mode der Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung als Funktion der Reynoldszahl für Krümmungsverhältnisse 0,049 und 0,1. Die durchgezogene und strichlierte Kurve sind mittels kleinster Abweichungsquadrate gefundene Ausgleichsgeraden.

Die gefundenen Kurven zeigen, dass sich die Oszillationsamplitude der ersten Instabilität für beide Krümmungsverhältnisse mit der Wurzel der Reynoldszahl erhöht. Lediglich die Größe der Amplitude, die kritische Reynoldszahl und die Frequenz sind verschieden. Dies deutet darauf hin, daß es sich in beiden Fällen um eine ähnliche Verzweigung handelt. Möglicherweise gehen die entsprechenden Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen auseinander hervor.

Die in Abbildung 5 gezeigten Frequenzverläufe wurden durch Geraden approximiert. Für den Torus mit Krümmungsverhältnis $\delta = 0,1$ ergibt sich die Gerade mit Steigung $-2,68 \cdot 10^{-4}$ und dem Ordinatenabschnitt 1,575. Für den Torus mit Krümmungsverhältnis $\delta = 0,049$ findet man eine Steigung von $-1,42 \cdot 10^{-4}$ und einen Ordinatenabschnitt von 1,055.

Conclusio und Ausblick

Die Instabilität der Strömung in einem geschlossenen toroidalen Rohr mit kreisförmigem Querschnitt wurde für zwei verschiedene Krümmungsverhältnisse, $d/D=0,1$ und $d/D=0,049$, mittels LDA untersucht. Anhand des Spektrums der Geschwindigkeit in Hauptstromrichtung und Bifurkationsdiagrammen konnte gezeigt werden, dass bei beiden Krümmungsverhältnis-

sen oberhalb einer kritischen Reynoldszahl eine superkritische oszillierende Strömung auftritt.

Details des Übergangs zur Turbulenz und die Abhängigkeit der Schwellenwerte vom Krümmungsverhältnis sind Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Literatur

Berger, S. A., Talbot, L. & Yao, L. S. 1983: „Flow in curved pipes. Annu. Rev. Fluid Mech.“ **15**, 461–512.

Eckhardt, B., Schneider, T. M., Hof, B. & Westerweel, J. 2007: „Turbulent transition in pipe flow.“ Annu. Rev. Fluid Mech. **39**, 447–468.

Hof, B., van Doorne, C. W. H., Westerweel, J., Nieuwstadt, F. T. M. & Faisst, H. 2004: „Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow.“ Science **305**, 1594–1598.

Mullin, T. 2011: „Experimental studies of transition to turbulence in a pipe.“ Annu. Rev. Fluid Mech. **43**, 1–24.

Piazza, Ivan Di & Ciofalo, Michele 2011: „Transition to turbulence in toroidal pipes.“ J. Fluid Mech. **687**, 72–117.