

Astigmatismus Particle Tracking Velocimetry – Genauigkeitsanalyse in großen Messvolumina

Astigmatism Particle Tracking Velocimetry – Accuracy analysis for large measurement domains

Thomas Fuchs, Rainer Hain, Christian Kähler

Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

Astigmatismus, PTV, Genauigkeit, 3D
astigmatism, PTV, accuracy, 3D

Zusammenfassung

Astigmatismus Particle Tracking Velocimetry (APTV) ist eine dreidimensionale Strömungsmesstechnik. Im Gegensatz zu anderen volumetrischen Geschwindigkeitsmesstechniken wird nur eine Kamera benötigt, wodurch sich die Messtechnik sehr gut für schwer zugängliche Messvolumina eignet (z.B. Verdichter- und Verbrennungsforschung). In der Mikrofluidik ist diese Technik bereits etabliert. Zum Nachweis der Anwendbarkeit von APTV zur Messung von makroskopischen Strömungen wird in diesem Beitrag eine Genauigkeitsanalyse der Tiefenpositionsbestimmung vorgestellt. Bei einer Messvolumentiefe von 100 mm wird eine relative Messgenauigkeit von 0,46 % erreicht. Zur Reduzierung der Messunsicherheit werden Detektions- und Auswertungsmethoden von Partikelbildüberlappungen vorgestellt.

1. Einleitung

Die gleichzeitige Messung der drei Geschwindigkeitskomponenten in einem Volumen ist für viele strömungsmechanische Fragestellungen von großem Interesse. Dabei haben sich mehrere auf Particle Image Velocimetry (PIV) und Particle Tracking Velocimetry (PTV) basierende Methoden etabliert (Cierpka et al. 2012). Eine anerkannte und vielfach, vor allem in der Mikrofluidik, angewandte 3D3C-Strömungsmessmethode ist die APTV (Cierpka et al. 2010). Diese Messmethode benötigt lediglich eine Kamera und eignet sich daher insbesondere für Strömungsmessungen in schwer zugänglichen Umgebungen (z.B. Verbrennungs- und Verdichtersforschung), verglichen mit mehr-Kamera Techniken wie TOMO-PIV (Scarano 2013). APTV basiert auf einer künstlich herbeigeführten optischen Aberration, dem Astigmatismus. Der Strömung beigemengte sphärische Partikel mit einem Durchmesser von ca. 1 μm bilden sich dabei, je nach Abstand zum Sensor, als bestimmte, ellipsenförmige Geometrien ab. Die z-Komponente der Partikelposition ist in den Achsenlängen der Partikelbilder in x- und y-Richtung kodiert. Die x- und y-Komponente der Position wird durch den Mittelpunkt der Partikelbilder bestimmt. Zur Bestimmung des Strömungsfeldes aus den x-, y- und z-Koordinaten der Partikel wird ein Tracking-Algorithmus herangezogen. Das Prinzip der Tiefenpositionsbestimmung der APTV Messtechnik ist in Abb. 1 illustriert.

In diesem Beitrag wird ein APTV Messsystem für makroskopische Strömungen vorgestellt. Dabei wird zunächst die Geometrie der Partikelbilder genauer analysiert, um ein besseres Verständnis der Partikelbildformierung zu erlangen. Im zweiten Teil wird eine Genauigkeitsanalyse der APTV für makroskopische Luftströmungen, mit typischen Partikeldurchmessern von 1 μm , präsentiert. Für die systematische Untersuchung werden die Partikel durch Pinholes simuliert, welche ein vergleichbares Lichtemissionsverhalten aufweisen. Es wird die Genauigkeit der Tiefenpositionsbestimmung (d.h. die z-Komponente der Partikelposition) entlang der optischen Achse untersucht, da diese die geringste Genauigkeit aufweist. Der abschließende Teil beschäftigt sich mit Partikelbildüberlappungen. Diese entstehen im zunehmenden Maße, wenn die Seedingkonzentration in der Strömung erhöht wird, um die Effizienz der Messmethode zu steigern. Dabei werden Methoden zur Detektion von Überlappungen vorgestellt, als auch Möglichkeiten diese Partikelbildüberlappungen für die Auswertung nutzbar zu machen.

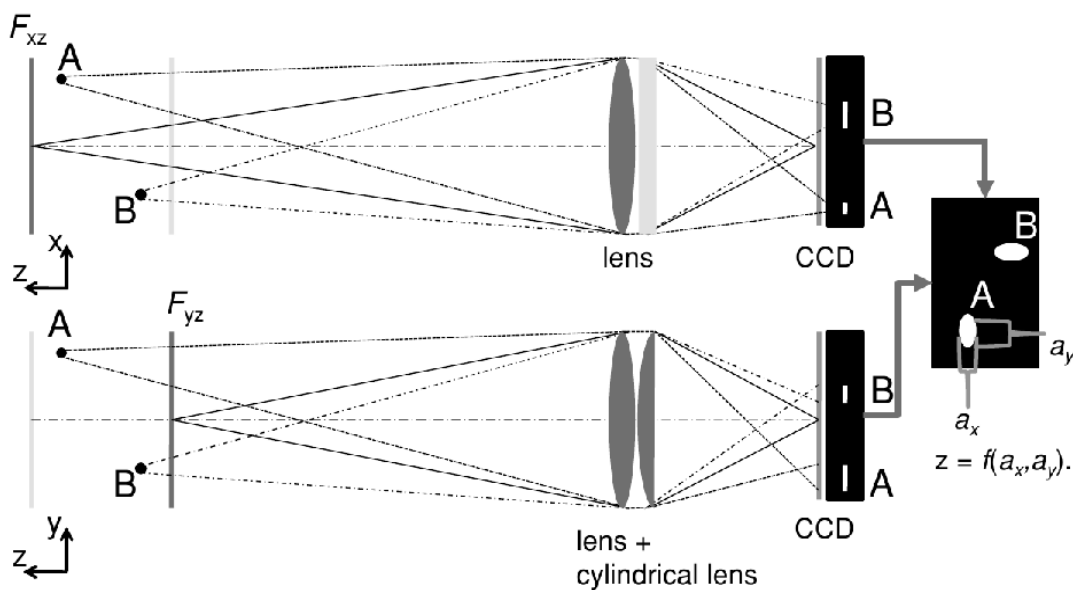


Abb. 1: Prinzipieller Aufbau der optischen Komponenten. In der xz-Ebene wirkt ausschließlich die sphärische Linse, während in der yz-Ebene beide Linsen wirken (Cierpka et al. 2011)

2. Optische Eigenschaften der Partikelbilder

Das ideale Beugungsbild einer Punktlichtquelle in Fraunhofer-Näherung ist die sogenannte *Airy-Disk* (Born 1980). Optische Aberrationen führen zu einer systematischen Abweichung von diesem Abbildungsmuster. Bei starken Aberrationen, wie sie bei der APTV Messtechnik in makroskopischen Umgebungen vorhanden sind, kann die Struktur der Partikelbilder in guter Näherung durch die geometrische Aberrationstheorie beschrieben werden. Für eine umfassende Beschreibung der Partikelbildstruktur ist die Einbeziehung von Beugungsphänomenen jedoch notwendig. Bei der folgenden theoretischen Untersuchung der Partikelbilder sollen dabei keine exakten Vorhersagen des Partikelbildaussehens für eine gegebene optische Konfiguration getroffen werden, sondern vielmehr eine qualitative Analyse der Beugungsbilder gezeigt werden.

Optische Aberrationen können mit Aberrationsfunktionen beschrieben werden. Für Astigmatismus ergibt sich dabei folgende Funktion:

$$\Phi_{ast} = \beta_{ast} r^2 \cos 2\varphi,$$

wobei β_{ast} die quantitative Abweichung der deformierten Wellenfront von der idealen, sphärischen beschreibt. Die Polarkoordinaten in der Austrittspupille sind r und φ . Die Funktion für sphärische Aberration ist

$$\Phi_{sph} = \beta_{sph} r^4,$$

mit der Stärke der Aberration β_{sph} . Damit kann das Beugungsintegral bei vorhandenen sphärischen und astigmatischen Aberrationen mithilfe der Koordinaten u (entlang der optischen Achse) und der Polarkoordinaten v und θ in der Bildebene, für die Lichtintensität U in einem Punkt P folgendermaßen formuliert werden (van Kampen 1949):

$$U(P) = B \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^a e^{i(r^2u + rv \cos(\varphi - \theta) - \beta_{ast} r^2 \cos 2\varphi - \beta_{sph} r^4)} r dr d\varphi,$$

mit dem Austrittspupillenradius a und

$$B = i \frac{kA}{2\pi R} e^{-ikR},$$

mit der Wellenzahl k , dem Radius der idealen sphärischen Wellenfront R und der Amplitude der sphärischen Wellenfront A . Das oben gezeigte Beugungsintegral wird mithilfe numerischer Integration mit MATLAB gelöst.

Im Bereich der Zentralebene ($u = 0$) bildet ein Partikel bei reinem Astigmatismus ein „sternförmiges“ Bild ab, wobei ein runder Bereich höherer Intensität hervorsticht (Abb. 2). Der Vergleich zwischen simuliertem Partikelbild (Abb. 2a) und der Aufnahme eines 5 μm Pinholes (Abb. 2b) zeigt eine hohe qualitative Übereinstimmung. In Abb. 2c (1 μm) ist durch das geringe Signal-Rausch-Verhältnis fast ausschließlich der runde Anteil höherer Intensität, welche gleichmäßiger über das Partikelbild verteilt ist, erkennbar. Bei einem höheren Signal-Rausch-Verhältnis (weniger Astigmatismus, folglich kleineres Partikelbild) ist auch bei einem 1 μm Pinhole das sternförmige Beugungsbild zu erkennen (Abb. 2d). Auf Basis der geometrischen Optik formt ein Partikelbild in der Zentralebene einen Kreis konstanter Intensität.

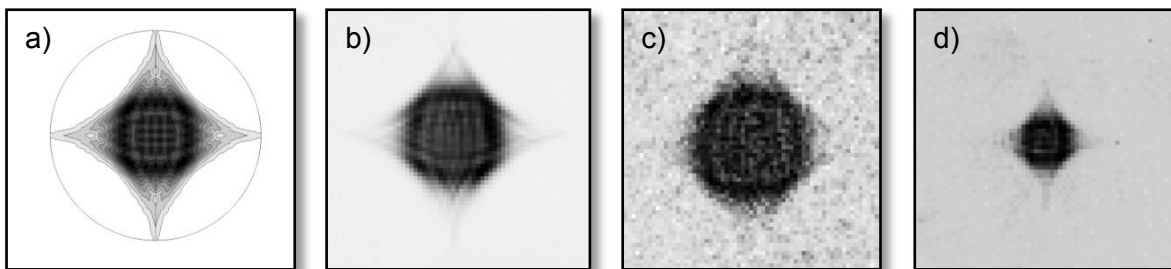


Abb. 2: Intensitätskodierte Partikelbilder in der Zentralebene (je dunkler, desto höher die Intensität; ein direkter Vergleich der Partikelbilder ist nicht möglich, da sich die Kodierung unterscheidet). a) Simulation eines Partikelbilds (der äußere Ring markiert die Grenze des Rechnungsgebiets) b) Pinholebild ($d_p = 5 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 55 mm) c) Pinholebild ($d_p = 1 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 55 mm) d) Pinholebild ($d_p = 1 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 24 mm).

Der Abstand der Fokusebenen ist durch die Stärke des Astigmatismus vorgegeben (Lage bei $u = \beta_{ast}$ bzw. $u = -\beta_{ast}$). An den Fokusebenen formen Partikelbilder hier sehr dünne Linien hoher Intensität (Abb. 3). Im simulierten Partikelbild (Abb. 3a) ist das sternförmige Beugungsbild erkennbar. Beim 5 μm Pinhole (Abb. 3b) ist dieses nur noch sehr schwach ausgeprägt. In den anderen Aufnahmen ist es nicht mehr zu erkennen. Nach der geometrischen

Optik, unter Annahme idealer Linsen, wird jeweils eine Achsenlänge an den Fokusebenen zu Null. Jenseits der Fokusebenen, d.h. $u > \beta_{ast}$ bzw. $u < -\beta_{ast}$, vergrößern sich beide Achsenlängen, wobei das Partikelbild durch einen Ring höherer Intensität abgegrenzt wird. Im Zentrum des Partikelbilds bilden sich Beugungsringe mit einer Intensität kleiner als der des Außenrings aus.

Im makroskopischen Bereich beeinflussen sphärische Aberrationen das Aussehen der Partikelbilder kaum, da der Astigmatismus im Verhältnis deutlich stärker ausgeprägt ist. Dies gilt jedoch nicht für den Mikrobereich, wo sphärische Aberrationen mehr Einfluss auf das Aussehen der Partikelbilder haben. Aus diesem Grund gelten die oben beschriebenen Partikelbildformierungen nicht für den Mikrobereich.

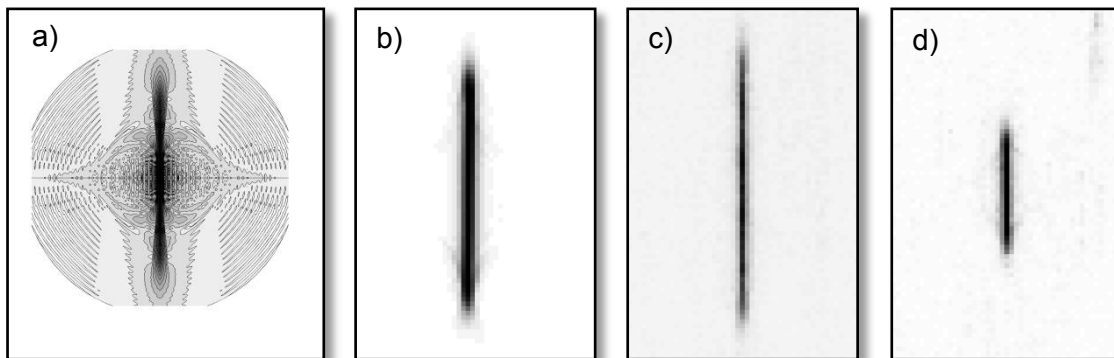


Abb. 3: Intensitätskodierte Partikelbilder in einer der beiden Fokusebenen (je dunkler, desto höher die Intensität; ein direkter Vergleich der Partikelbilder ist nicht möglich, da sich die Kodierung unterscheidet). a) Simulation eines Partikelbilds (der äußere Ring markiert die Grenze des Rechnungsgebiets) b) Pinholebild ($d_p = 5 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 55 mm) c) Pinholebild ($d_p = 1 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 55 mm) d) Pinholebild ($d_p = 1 \mu\text{m}$, Abstand der Fokusebenen ca. 24 mm).

3. Genauigkeitsanalyse der Tiefenpositionsbestimmung

Eine Genauigkeitsanalyse soll die Anwendbarkeit der APTV-Messtechnik zur Messung von makroskopischen Strömungen zeigen. Dafür wird eine rückseitig beleuchtete Pinhole-Matrix (Durchmesser eines Pinholes: $1,1 \pm 0,1 \mu\text{m}$, vertikaler und horizontaler Abstand der Pinholes: 4mm) in 0,5 mm Schritten durch das Messvolumen verfahren. An jeder z-Position werden 20 Bilder aufgenommen. Als Astigmatismuserzeuger dient eine Zylinderlinse mit einer Brennweite von 500 mm. Dies resultiert in einem Fokusebenenabstand von 52 mm, bei einem Arbeitsabstand von 280 mm. Für die Aufnahmen wurde eine *LaVision sCMOS* Kamera mit einem 50 mm Objektiv verwendet. Abb. 4 zeigt das Schema der Messfehlerbestimmung. Die Tiefenposition eines Partikels wird über das Achsenverhältnis des Partikelbilds bestimmt. Der Vergleich mit der tatsächlichen Position führt zur absoluten z-Positionsabweichung ΔZ , aus welcher sich der Messfehler berechnet.

Bei der Betrachtung des 50 mm tiefen Messbereichs zwischen den Fokusebenen liegt der Messfehler bei durchschnittlich 0,17 mm (Abb. 5a). Das entspricht einem relativen Messfehler von 0,34 %. Für die gesamte Messtiefe von 100 mm ergibt sich ein Fehler von 0,41 mm (0,41 % relativer Messfehler, Abb. 5b). In Abb. 5b wird ersichtlich, dass der Fehler an den Rändern des Messvolumens am größten ist. Das ist durch das geringere Signal-Rausch-Verhältnis der Partikelbilder zu erklären, welches die Genauigkeit des Auswertungsalgorithmus beeinträchtigt. Die Peaks bei ca. 25 mm und 75 mm markieren die Lage der Fokusebenen. Hier steigt der Fehler, da die Kalibrierfunktion eine geringe Steigung aufweist. Zum Fehler zwischen den Fokusebenen (25 mm bis 75 mm) ist anzumerken, dass dieser höher liegt als in Abb. 5a, obwohl derselbe Datensatz zugrunde liegt. Dies geht einher mit der Anpas-

sung des Auswertungsalgorithmus an die Partikelbilder mit geringem Signal-Rausch-Verhältnis. Dadurch ändert sich die Auswertung der Partikelbilder mit höherem Signal-Rausch-Verhältnis, so dass der Messfehler steigt.

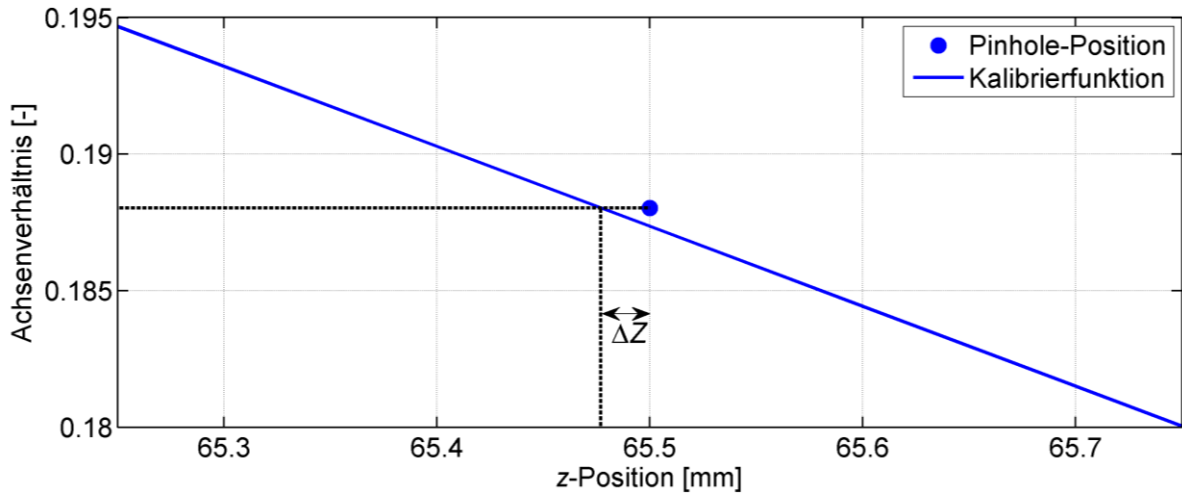


Abb. 4: Schema zur Bestimmung der z-Position eines Partikels: ΔZ markiert die absolute Abweichung der gemessenen Tiefenposition von der tatsächlichen Position. Ausgehend von dieser Abweichung wird der Messfehler bestimmt.

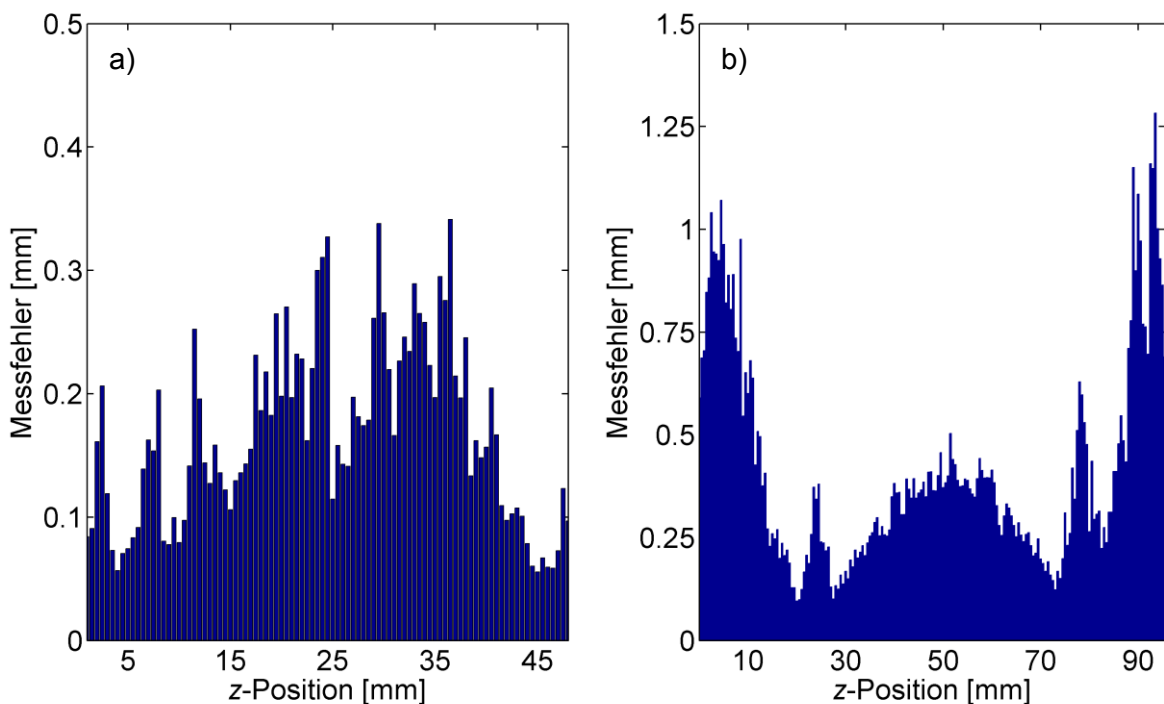


Abb. 5: Messfehler in Abhängigkeit der Tiefenposition. Zwischen den Fokusebenen beträgt der Messfehler 0,17 mm (links). Im gesamten Messvolumen ergibt sich ein Fehler von 0,41 mm (rechts).

4. Detektion und Auswertung überlappender Partikelbilder

In den vorangegangenen Abschnitten wurden örtlich getrennte Partikelbilder (Pinholebilder) betrachtet. Bei Strömungsmessungen können jedoch durch die statistische Verteilung der Partikel im Volumen Überlappungen auftreten. Die Wahrscheinlichkeit von Partikelbildüberlappungen steigt mit höherer Seedingdichte, wobei die Effizienz der Messungen durch mehr Partikelbilder verbessert wird. Werden Überlappungen nicht detektiert, verringern sie die Genauigkeit der gewonnenen Geschwindigkeitsdaten durch die verfälschte Positionsbestimmung stark. Teilweise können überlappende Partikelbilder für eine Positionsbestimmung herangezogen werden, wenn auch mit geringerer Genauigkeit.

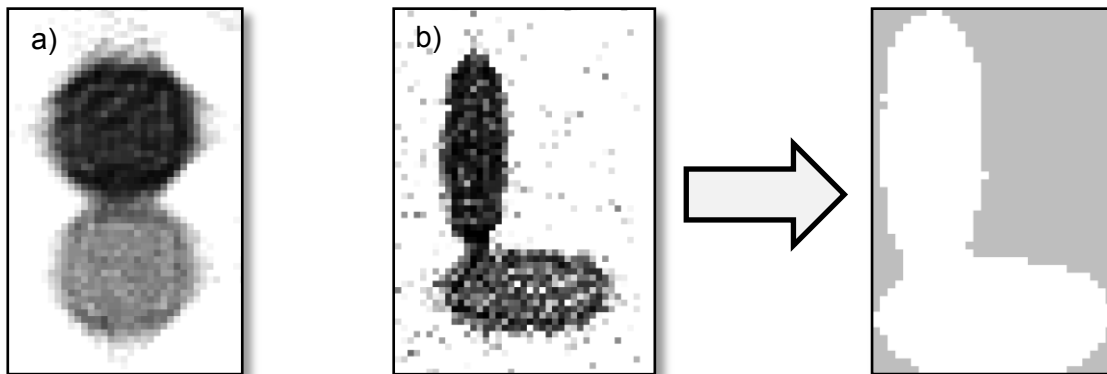


Abb. 6: Überlappende Partikelbilder. Ganz rechts: binarisiertes Partikelbild der Überlappung in b) (grau: Pixelwert 0, weiß: Pixelwert 1).

Der erste Schritt der Auswertung von Partikelbildüberlappungen ist deren Detektion. Dabei kommen mehrere Methoden zur Anwendung. Partikelbilder werden zunächst mittels eines Schwellwerts binarisiert. Das heißt, überschreitet ein Pixel einen bestimmten Intensitätswert, so wird dem Pixel der Wert 1 zugewiesen, andernfalls der Wert 0 (Abb. 6b). So kann eine Überlappung detektiert werden, wenn das binarisierte Partikelbild eine maximale Fläche überschreitet, wobei die Maximalfläche von den größten, nicht überlappenden Partikelbildern vorgegeben wird. Die Partikelbilder in Abb. 6a und 6b sind mit diesem Flächenkriterium als Überlappungen identifiziert. Des Weiteren wird eine maximale Achsenlänge für ein binarisiertes Partikelbild vorgegeben, welche nicht überschritten werden soll. Die Maximallänge der Achse richtet sich dabei nach den Partikelbildern am Messvolumenrand (z-Richtung), da diese die größten Achsenlängen besitzen. Zwei weitere Detektionsmethoden analysieren die Lage des Schwerpunkts eines Partikelbilds. Liegt der Schwerpunkt eines binarisierten Partikelbilds außerhalb des Partikelbilds, d.h. in einem Pixel mit dem Wert 0, so ist dieses Partikelbild eine Überlappung. Eine Erweiterung der Schwerpunktmethode ist der Vergleich der Schwerpunktposition des binarisierten Partikelbilds mit der des intensitätsgewichteten Schwerpunkts des nicht-binarisierten Partikelbilds. Die Intensität wird hierbei quasi als Dichte angesehen und verschiebt entsprechend die Lage des Schwerpunkts gegenüber dem mit konstanter Dichte (binarisiert). Dieses Kriterium wird vom Partikelbild in Abb. 6a, neben dem Flächenkriterium, erfüllt, da das obere Partikelbild eine deutlich höhere Intensität aufweist, womit sich der Schwerpunkt hin zum oberen Partikelbild verschiebt. Im makroskopischen Bereich sind die genannten Maßnahmen in der Regel ausreichend, um Überlappungen zu detektieren.

Nach der Detektion der Partikelüberlappungen wird deren Auswertbarkeit überprüft, wobei diese von der Art und Lage der Überlappung abhängig ist. Der Auswertungsalgorithmus ermittelt die Größe der x - und y -Achse eines Partikelbilds in dem die Lage der oberen, unteren,

linken und rechten Kante des Partikelbilds bestimmt wird, d.h. diese Kanten müssen zur Auswertung freiliegen. Die Bestimmung der Überlappungsart und -lage erfolgt über auf eine Aufteilung der detektierten binarisierten Partikelbildüberlappung in Quadranten und Subquadranten (vgl. Abb. 7). Anschließend wird eine Gewichtung der Quadranten vorgenommen. Das Gewicht eines Quadranten entspricht der Anzahl der enthaltenen Pixel mit dem Wert 1, wodurch Art und Lage des Partikelbildes näher bestimmbar ist. Somit ist das rechte Partikelbild der Überlappung in Abb. 7 auswertbar, da alle vier Kanten freiliegen. Die rechte Kante des linken Partikelbilds ist verdeckt, weshalb in diesem Fall eine Auswertung nicht möglich ist.

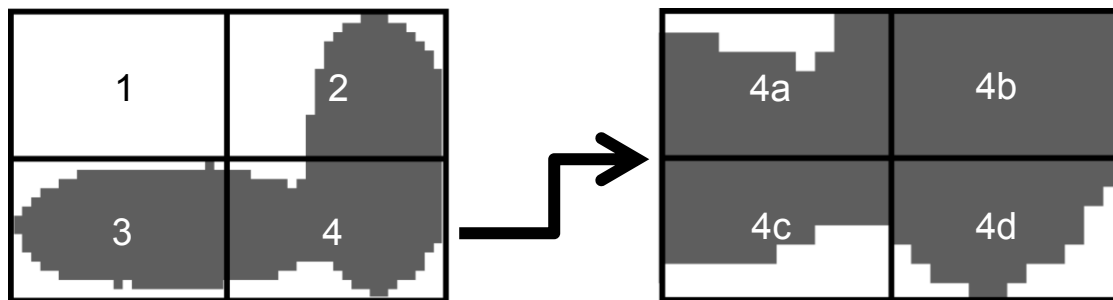


Abb. 7: Segmentierung der binarisierten Partikelbildüberlappung aus Abb. 6b in Quadranten und Subquadranten (grau: Pixelwert 1, weiß: Pixelwert 0)

5. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine realistische Analyse der erreichbaren Genauigkeit der Bestimmung der Tiefenposition für 1 μm Partikel für makroskopische Luftströmungen gezeigt (0,34 - 0,46 % relative Messgenauigkeit). Die Genauigkeit in z-Richtung ist noch nicht ausreichend, um die Geschwindigkeitskomponente in dieser Richtung zu bestimmen. Dagegen ist die Genauigkeit in der xy-Ebene sehr hoch, womit sich ein 3D2C Geschwindigkeitsfeld in großen Volumina bei begrenztem optischen Zugang messen lässt. Die Pinhole-Matrix dient dabei als Kalibrierziel, wodurch die Durchführung einer dreidimensionalen Kalibrierung ermöglicht wird. Die Genauigkeit der APTV Messtechnik wird durch die verlässliche Detektion von Partikelbildüberlappungen verbessert. Zur weiteren Steigerung der Messeffizienz ist eine Verbesserung des Algorithmus zur Auswertung von überlappenden Partikelbildern gegenüber der aktuellen Methode erstrebenswert, um eine größere Anzahl von auswertbaren Partikelbildern zu erhalten.

Dankesworte

Die Untersuchungen wurden im Rahmen des Verbundvorhabens AG Turbo 2020 der AG Turbo durchgeführt und mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie (BMWi) aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages unter dem Förderkennzeichen 03ET2013M gefördert. Die Autoren danken der AG Turbo und MTU Aero Engines AG für die Unterstützung und die Erlaubnis zur Veröffentlichung. Die Verantwortung für den Inhalt liegt allein bei den Autoren.

Literatur

- M. Born, 1980: "Principles of Optics", Sixth Edition, Pergamon Press, p. 397
 C. Cierpka, C.J. Kähler, 2012: "Particle imaging techniques for volumetric three-component (3D3C) velocity measurements", Journal of Visualization, 15, pp. 1-31

C. Cierpka et al., 2010: "A simple single camera 3C3D velocity measurement technique without errors due to depth of correlation and spatial averaging for microfluidics", *Measurement Science and Technology*, 21, 045401

C. Cierpka et al., 2011: "On the calibration of astigmatism particle tracking velocimetry for microflows", *Measurement Science and Technology*, 22, 015401

N. G. van Kampen, 1949: "An asymptotic treatment of diffraction problems", *Physica*, 14, pp. 575-589

F. Scarano, 2013: "Tomographic PIV: principles and practice", *Measurement Science and Technology*, 24, 012001