

Steigerung der Genauigkeit von Particle Tracking Velocimetry durch multi-frame Auswertung

On the improvement of the accuracy and precision for multi-frame PTV

C. Cierpka, C.J. Kähler

Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München, Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg

Schlagworte: Particle Tracking Velocimetry, Trajektorien, Genauigkeit, Multi-Frame
Key words: particle tracking velocimetry, trajectories, accuracy, multi-frame

Zusammenfassung

Die Particle Tracking Velocimetry (PTV) weist ein großes Potenzial zu Steigerung der Auflösung und Messgenauigkeit im Vergleich zur korrelationsbasierten Particle Image Velocimetry (PIV) auf [7]. Zum einen werden die Ergebnisse für PTV durch inhomogene Seedingkonzentration, wie z.Bsp. an festen Wänden nicht verfälscht [8], zum anderen können Fehler durch Geschwindigkeitsgradienten in Beobachtungsrichtung und in der Messebene vermieden werden [5]. Im Gegensatz zu PIV entstehen für PTV jedoch mit steigender Partikelbilddichte Schwierigkeiten, da Partikelbilder zum einen überlappen können, was deren Positionsbestimmung erschwert und zum anderen die paarweise Zuordnung nicht mehr einfach möglich ist. In diesem Beitrag soll daher gezeigt werden, wie die Informationen durch die Aufnahme von mindestens vier aufeinander folgenden Bildern genutzt werden können, um die Messgenauigkeit und Robustheit des Verfahrens für hohe Partikelbilddichten zu steigern.

Einleitung

Die Particle Image Velocimetry (PIV) ist heute eines der am etabliertesten und leistungsfähigsten Geschwindigkeitsmessverfahren in der Strömungsmechanik, da sich mit dieser Technik an vielen tausend Positionen gleichzeitig die Geschwindigkeit messen lässt. Bei der PIV werden dem Fluid Streuteilchen beigefügt, die der Strömung möglichst ideal folgen. Diese Streuteilchen werden anschließend durch einen Laserlichtschnitt beleuchtet und die Partikelbildverteilung zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ aufgenommen. Über die Auswertung der Verschiebung der Partikelbildverteilung kann in der aufgespannten Ebene der zweidimensionale Geschwindigkeitsvektor bestimmt werden. Um eine robuste und präzise Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors durchführen zu können sind etwa 6-10 Partikelbilder im Auswertefenster nötig. Dadurch beschränkt die Seedingkonzentration und die Partikelbildgröße die Messauflösung stark, so dass Strömungen mit großen Gradienten häufig nicht genau gemessen werden können [7]. Zusätzlich entstehen bei der korrelationsbasierten Auswertung Fehler durch Gradienten in Beobachtungsrichtung. Diese Fehler können mit der Verfolgung einzelner Partikelbilder bei der Particle Tracking Velocimetry (PTV) komplett vermieden werden. Die einfachste Methode der Zuordnung der Partikelbildpaare in den beiden Aufnahmen ist der „Nächste Nachbar“-Algorithmus, der den kleinsten Abstand von einem Partikelbild in Bild 1 zu einem Partikelbild in Bild 2 sucht. Für steigende Partikelbilddichten entstehen hierbei zwei Probleme.

Zum einen kommt es zunehmend zu Partikelbildüberlappungen. Durch moderne Algorithmen ist es jedoch möglich auch überlappende Partikelbilder zuverlässig zu trennen [11] und deren

Position zu bestimmen. Zum anderen ist für hohe Partikelbilddichten und große Verschiebungen die zuverlässige Zuordnung der einzelnen Bildpaare schwierig, da hier der mittlere Abstand zwischen den Partikelbildern Δx_0 kleiner wird als die maximale Verschiebung Δx_{\max} . Einfache „Nächste Nachbar“-Algorithmen funktionieren daher nicht mehr. Um die auswertbare Partikelbilddichte für PTV in Strömungen mit hohen Gradienten weiter zu erhöhen und damit die örtliche Auflösung zu steigern, soll daher im Folgenden ein Multi-Frame Ansatz gewählt werden.

Prinzip Multi-Frame PTV

Die Robustheit der Zuordnung der Partikelbildpaare kann durch die Ausnutzung räumlicher Kohärenz gesteigert werden. Okamoto et al. [14] führten beispielsweise ein Modell ein in dem eine virtuelle Federkraft zwischen einzelnen Partikelbildern minimiert wurde. Andere Ansätze bestimmen mit einer groben PIV-Auswertung eine grobe Schätzung der Verschiebung und lassen für das eigentliche PTV nur bestimmte Abweichungen von dieser zu [1][2][6][9][18]. Ein anderer Ansatz, der die Wahrscheinlichkeit einer als richtig ermittelten Zuordnung anhand der Nachbarvektoren abschätzt, wurde von Ohmi und Li [13] vorgestellt. In einem iterativen Prozess, werden die Verschiebungen der Nachbarvektoren in einem bestimmten Suchradius mit der ermittelten Verschiebung verglichen. Bei einer kleinen Abweichung zu den Nachbarvektoren wird der Wert der Wahrscheinlichkeit erhöht, bei großer Abweichung vermindert. Nach diesem iterativen Prozess wird schlussendlich der Vektor mit der höchsten Wahrscheinlichkeit als gültiger Vektor ermittelt. Wie in Abbildung 1 auf der rechten Seite dargestellt, werden dadurch auch bei einem mittleren Partikelbildabstand der wesentlich kleiner ist als die maximale Verschiebung gültige Vektoren ermittelt.

Andere Verfahren nutzen die zeitliche Kohärenz der Partikeltrajektorien, indem beispielsweise gefordert wird, dass die Beschleunigung entlang einer Bahnkurve minimal ist, bzw. die Bahnkurve glatt verläuft [16]. Malik et al. [12] nutzen beispielweise vier Bilder. Die Informationen zwischen Bild 1 und 2 wurden herangezogen um den Suchradius im Bild 3 zu verringern. Dieses Konzept wird besonders wirkungsvoll, wenn wie in Abbildung 1 rechts dargestellt der Abstand zwischen Bild 1 und 2 sehr gering ist und damit die richtige Partikelbildzuordnung sehr leicht möglich wird. Für die Bilder 3 und 4 können dagegen größere Abstände gewählt werden, da hier ja bereits ein Schätzwert für die Partikelbildposition vorliegt. Da der absolute Fehler in der Partikelpositionsbestimmung gleich bleibt, kann damit der relative Fehler stark minimiert werden.

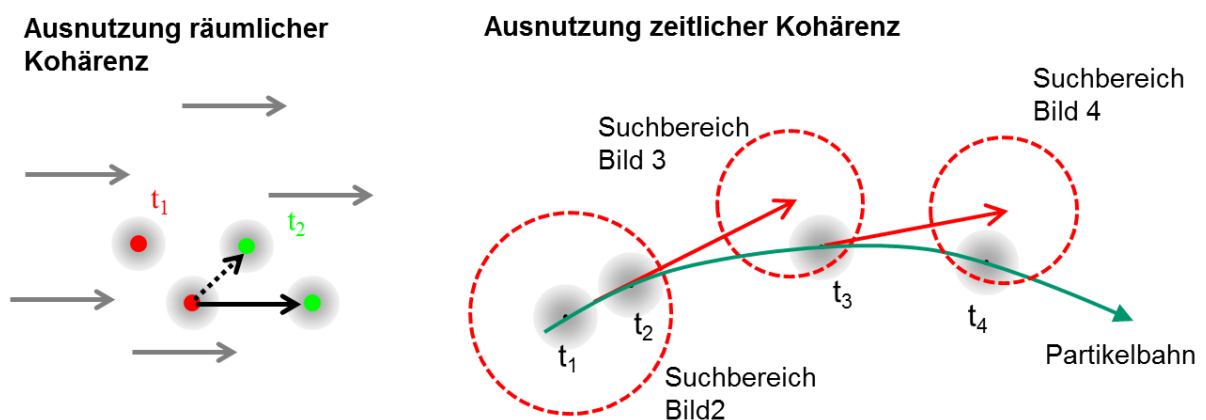


Abbildung 1. Ausnutzung von zusätzlichen räumlichen und zeitlichen Informationen zur Verbesserung der Partikelbildverfolgung.

Beide Konzepte wurde in einem PTV Algorithmus vereinigt und anhand synthetischer Partikelbildverteilungen und der PIV-Standard Bilder der Visualization Society of Japan getestet. Der Fall 301 besteht aus synthetischen Partikelbildern, die das Geschwindigkeitsfeld einer Scherströmung welche mit Large Eddy Simulation berechnet wurde, beschreiben [15]. Ein Vektorfeld ist beispielhaft auf der rechten Seite in Abbildung 2 gezeigt. Die Partikelbildichte ist mit 0.06 Partikelbildern pro Pixel sehr hoch und eher für PIV geeignet. Die Partikelbildpositionen können jedoch mit modernen Algorithmen zuverlässig bestimmt werden [11]. Der mittlere Partikelbildabstand beträgt etwa 4 Pixel und die maximale Verschiebung beträgt 10 Pixel. Auf der rechten Seite in Abbildung 2 sind das Verhältnis von gefundenen zu möglichen Vektoren R_1 und das Verhältnis von gültigen zu gefunden Vektoren (R_2) dargestellt. Für einen „Nächsten Nachbar“-Algorithmus (NN) wird sehr deutlich das für die meisten Partikelbilder eine Zuordnung erfolgt ($R_1 \sim 1$), jedoch nur 20 % gültige Vektoren gefunden werden. Verwendet man lediglich zwei Bilder und den Ansatz der räumlichen Kohärenz (P2F) werden etwa 97 % der Vektoren gefunden, wobei nahezu alle gefunden Vektoren auch gültig sind. Wird der Bildabstand Δt_{12} erhöht so wird sehr deutlich, dass mit zunehmender maximaler Verschiebung immer weniger gültige Vektoren gefunden werden. Bei $\Delta t_{12}=6$, was einer maximalen Verschiebung von 60 Pixeln entspricht, werden lediglich 75 % Zuordnungen ermittelt, von denen nur 20% gültig sind. Wird dagegen die Information aus 4 Bildern herangezogen, so werden auch bei einem Abstand von $\Delta t_{23} = 6$ bei etwa 75 % der Partikelbilder Zuordnungen gefunden, allerdings sind hier 90% davon gültig. Durch die Auswertung von zeitlich hoch abgetasteten Partikelbildverteilungen kann damit die Dynamik des Messverfahrens sowohl für die örtliche Auflösung als auch für die Geschwindigkeit stark gesteigert werden.

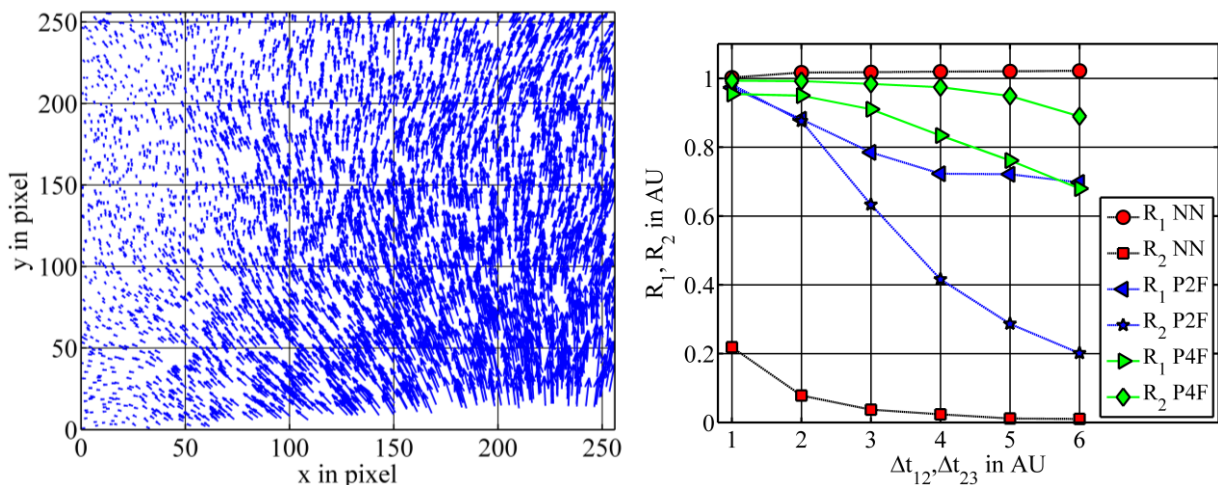


Abbildung 2. Ergebnisse der Auswertung der VSJ 301 Bildserie. Vektorfeld (links) und Verhältnis von gefundenen zu möglichen Vektoren R_1 und das Verhältnis von gültigen zu gefunden Vektoren R_2 (rechts).

Steigerung der Messgenauigkeit durch Auswertung der Partikelbahnen

Die größte Limitierung der Auswertung zweier Partikelbilder ist, dass die Geschwindigkeit lediglich über die lineare Verschiebung bestimmt werden kann. D.h. die Geschwindigkeit wird nur mit erster Ordnung ermittelt. Wenn der Vektor in die Mitte zwischen beide Partikelposition gesetzt wird, so kann man von zweiter Ordnung für die räumliche Zuordnung sprechen [19]. Die resultierenden Verfälschungen des Messergebnisses für gekrümmte Bahnkurven sind in Abbildung 3 dargestellt. Bei gekrümmten Bahnkurven kommt es durch die Bestimmung der Verschiebung aus zwei Positionen immer eine Unterschätzung der eigentlich zurückgelegten Strecke. Für kleine Zeitabstände (zwischen Bild 1 und 2) ist der Fehler $\epsilon_{\Delta x}$ noch vernachlässigbar, allerdings ist der zufällige Fehler durch Unsicherheiten in der Positionsbestimmung groß. Bei dem großen Bildabstand (zwischen Bild 2 und 3) kann der relative zufäl-

lige Fehler vermindert werden, allerdings entsteht hier ein systematischer Fehler für die Verschiebung $\epsilon_{\Delta x}$. Wird die Verschiebung aus der Integration der Bahnkurve, bzw. aus dem Gradienten zu einem bestimmten Zeitpunkt ermittelt, kann dieser systematische Fehler minimiert werden. Ebenso verhält es sich mit dem Positionsfehler ϵ_x . Dieser ist bei starker Bahnlinienkrümmung und großen Zeitabständen sehr hoch. Durch die Annäherung der Bahnkurve aus den vier Partikelpositionen können diese systematischen Fehler vermieden werden, indem die Bahnkurve herangezogen wird, um die Verschiebung und die Vektorposition zu ermitteln.

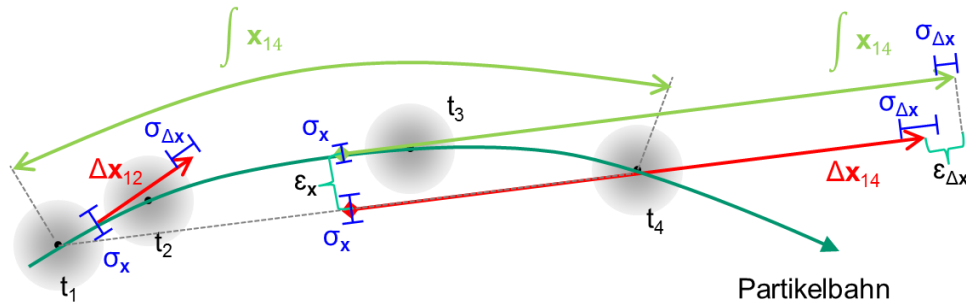


Abbildung 3. Steigerung der Messgenauigkeit durch Auswertung der Bahnkurve.

Dazu wurden Polynome zweiter und dritter Ordnung als Funktionen der Zeit durch die Partikelbildpositionen für alle drei Raumrichtungen angenähert und die Verschiebung durch Integration (int) oder Ableitung (grad) zum Zeitpunkt $(t_4-t_1)/2$ bestimmt. Die Ergebnisse für einen synthetischen Wirbel sind in Abbildung 4 dargestellt. Die maximale Verschiebung für den Lamb-Oseen Wirbel beträgt hier 5.5 Pixel bei einem Radius von 31.7 Pixel.

Auf der linken Seite der Abbildung ist der Fehler für die tangentielle Verschiebung über dem Radius aufgetragen. Hier wird deutlich, dass dieser bei der Bestimmung der Verschiebung durch zentrale Differenzen mit bis zu 0.035 Pixeln am größten ist. Auf der rechten Seite ist der Fehler für die radiale Verschiebung aufgetragen. Durch die Bahnlinienkrümmung kommt es hier zu einer scheinbaren Verschiebung ins Wirbelzentrum, die immerhin 0.5 Pixel beträgt. Die Bestimmung der Verschiebung durch die Polynome dritter Ordnung zeigt die geringsten systematischen Fehler, was zu erwarten war, da die Bahnlinien im synthetischen Wirbel einer Kreisbahn entsprechen. Die Auswertung der Polynome zweiter Ordnung führt ebenfalls zu einer deutlichen Reduktion des Fehlers.

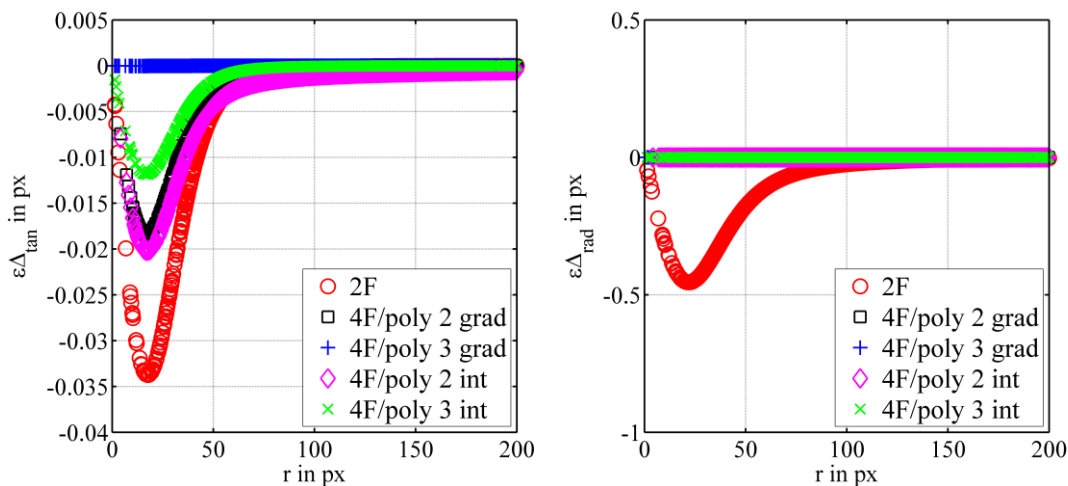


Abbildung 4. Systematischer Fehler der Verschiebungsbestimmung für unterschiedliche Auswertemethoden nach [3].

Die Partikelpositionen in diesem Fall wurden exakt, also ohne zufällig vorgegeben, was in der Realität leider nicht der Fall ist. Daher wurde der gleiche Test nochmal mit Partikelpositionen durchgeführt, denen ein zufälliger Positionsfehler (Gaußverteilung, $\sigma = 0.02$ Pixel) überlagert wurde. Da hier auch die Fehler zufällig verteilt sind, ist das Ergebnis anhand von Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen des Fehlers der tangentialen und radialen Verschiebung in Abbildung 5 dargestellt. Hier wird sehr deutlich, dass der zufällige Fehler für die Bestimmung der Verschiebung aus den Polynomen dritter Ordnung sehr viel höher ist, als die Bestimmung über Polynome zweiter Ordnung. Die Ursache dafür ist, dass durch die zweite Ordnung nicht alle Datenpunkte exakt auf der angepassten Bahnkurve liegen und damit der Einfluss des Positionsfehlers abgeschwächt wird. Zudem hat sich herausgestellt, dass die Bestimmung der Verschiebung über die numerische Integration der Bahnkurve geringere Fehler zur Folge hat, als die Bestimmung über die Ableitung. Für das folgende Experiment wurde daher die Annäherung der Bahnkurve durch ein Polynom zweiter Ordnung und die Bestimmung der Verschiebung über Integration durchgeführt.

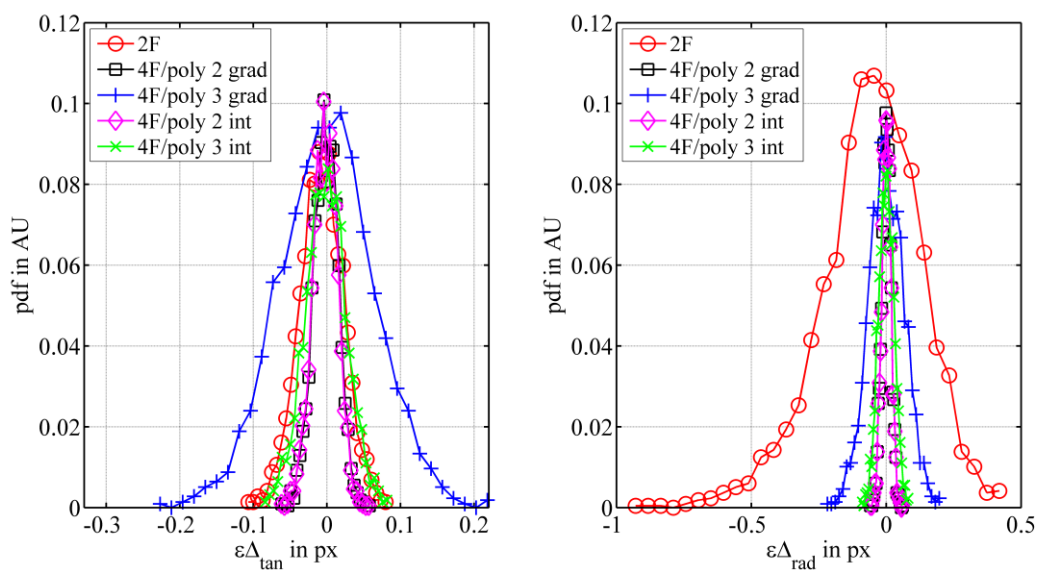


Abbildung 5. Zufälliger Fehler der Verschiebungsbestimmung für unterschiedliche Auswertemethoden [3].

3D Mikrowirbel

Das Verfahren wurde für verschiedene synthetische und experimentelle Testfälle weiter validiert, eignet sich aber im Besonderen für dreidimensionale Messungen [3]. In der Mikrofluidik ist es von besonderem Interesse Strömungen dreidimensional zu erfassen, da hier immer große Gradienten in allen Raumrichtungen innerhalb des beleuchteten Volumens auftreten. Ein Verfahren mit dem das komplette dreidimensionale Geschwindigkeitsfeld mit nur einer Kamera erfasst werden kann ist die Astigmatismus PTV. Hier werden die Partikelbilder durch eine zusätzliche Zylinderlinse in der Beobachtungsoptik elliptisch verzerrt. Über die Bestimmung der Halbachsen und eine Kalibrierung kann damit die 3D Position der Partikel ermittelt werden [4]. In Abbildung 6 sind auf der linken Seite die Bahnkurven von Partikeln in einem elektrokinetisch getriebenen Mikrowirbel dargestellt. Diese Mikrowirbel bieten die Möglichkeit Partikel in mikrofluidischen Bauteilen sehr elegant zu manipulieren. Eine zweidimensionale Darstellung einer ausgewählten Partikelbahn ist auf der rechten Seite der Abbildung zu sehen. Die grauen Quadrate repräsentieren hierbei die gemessenen Partikelpositionen. Die roten Vektoren sind das Ergebnis einer Standardauswertung mit zwei Bildern, wobei der Bildabstand doppelt so hoch ist, wie für die blauen Vektoren, was den zufälligen Fehler minimiert. Hier wird aber recht deutlich, dass aufgrund der Bahnlinienkrümmung die Positionen der Vektoren weit außerhalb der grauen Quadrate liegen, d.h. die Vektorpositionen und auch

die Geschwindigkeit verfälscht sind. Für den kurzen Zeitabstand (blaue Vektoren) liegen die Vektoren schon deutlich näher an den tatsächlich gemessenen Partikelpositionen, der relative Fehler wäre hier allerdings wieder größer. Durch den zufälligen Fehler für die Positionsbestimmungen kommt es zur Über- bzw. Unterschätzung der Geschwindigkeit und einer stärkeren Streuung. Die Ergebnisse für die Bestimmung der Verschiebung mittels der Bahnkurve sind in grün dargestellt und liegen sehr viel dichter an den gemessenen Partikelpositionen. Die maximalen Abweichungen zu diesem Fall betragen $5,9 \mu\text{m}$ für den großen Zeitabstand und $0,66 \mu\text{m}$ für den kurzen Zeitabstand. Zusätzlich werden die Fluktuationen durch die Unsicherheit bei der Positionsbestimmung gedämpft, was wichtig für die anschließende Bestimmung der Beschleunigungen entlang der Bahnkurve ist.

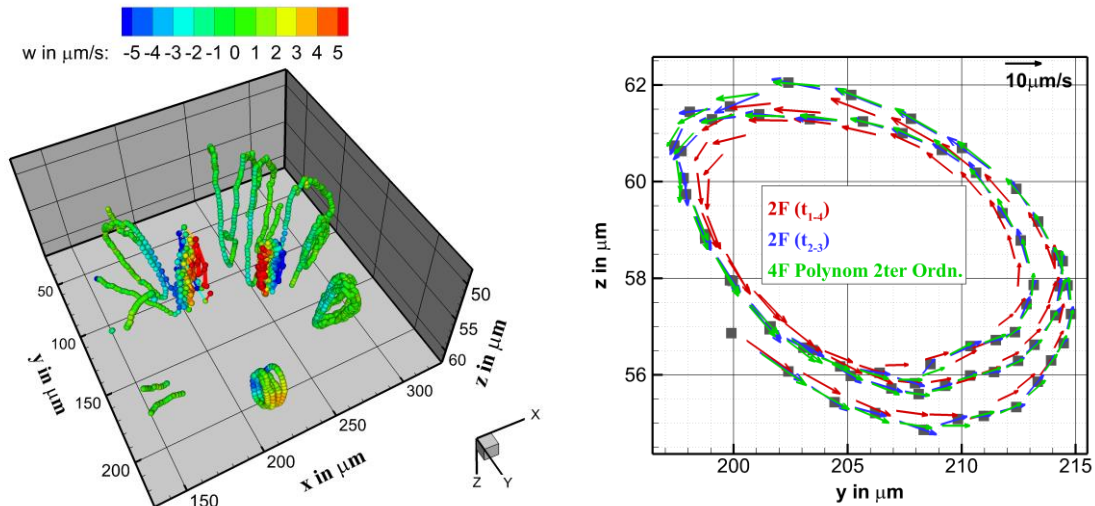


Abbildung 6. Partikelbahnen in einem elektrokinetisch getriebenen Mikrowirbel nach [10].

Zusammenfassung und Ausblick

Durch die Bestimmung der Verschiebung und Vektorposition aus der Bahnkurve mittels mehreren (mindestens vier) Repräsentationen der Partikelpositionen kann die Genauigkeit und Robustheit von PTV weiter gesteigert werden. Die größten Vorteile bestehen darin, dass

- ein zuverlässiger Schätzwert durch die Auswertung in Bild 1 und 2 bestimmt werden kann, wodurch die Seedingkonzentration gesteigert werden kann,
- die Messgenauigkeit der Verschiebungsbestimmung durch Annäherung der Bahnkurve erhöht werden kann,
- der Positionsfehler minimiert werden kann,
- falsche Vektoren zuverlässig herausgefiltert werden,
- und die Bestimmung von Lagrangschen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsinformation möglich ist.

Für planare Messungen besteht der größte Nachteil des Verfahrens darin, dass die Partikel über alle vier Bilder verfolgt werden müssen, was bei dreidimensionalen Strömungen die Zeitabstände durch die Bewegung der Partikel aus der Lichtschnittebene heraus begrenzt [3]. Diese Probleme können allerdings durch dreidimensionale Messungen wie sie heute Stand der Technik sind komplett vermieden werden [5][17], wodurch das Verfahren hierfür bestens geeignet ist.

Dankesworte

Die Arbeiten wurden im Rahmen des DFG Einzelantrages KA 1808/8-1 und des European Community's Seventh Framework program (FP7/2007-2013) unter der Projektnummer 265695 gefördert.

Literatur

- [1] Brevis W, Nino Y, Jirka G (2011) Integrating cross-correlation and relaxation algorithms for particle tracking velocimetry. *Exp Fluids* 50:135–147. doi:10.1007/s00348-010-0907-z
- [2] Cardwell N, Vlachos PP, Hole KA (2011) A multi-parametric particle-pairing algorithm for particle tracking in single and multiphase flows. *Meas Sci Tech* 22:105406. doi:10.1088/0957-0233/22/10/105406
- [3] Cierpka C, Lütke B, Kähler CJ (2013) Higher-order multi-frame particle tracking velocimetry. *Exp Fluids* 54:1533, doi: 10.1007/s00348-013-1533
- [4] Cierpka C, Segura R, Hain R, Kähler CJ (2010) A simple single camera 3C3D velocity measurement technique without errors due to depth of correlation and spatial averaging for microfluidics. *Meas Sci Tech* 21:045401. doi:10.1088/0957-0233/21/4/045401
- [5] Cierpka C, Kähler CJ (2012) Particle imaging techniques for volumetric three-component (3D3C) velocity measurements in microfluidics. *J Vis* 15:1-31, doi: 10.1007/s12650-011-0107-9
- [6] Cowen EA, Monismith SG (1997) A hybrid digital particle tracking velocimetry technique. *Exp Fluids* 22:199–211. doi:10.1007/s003480050038
- [7] Kähler CJ, Scharnowski S, Cierpka C (2012) On the resolution limit of digital particle image velocimetry. *Exp Fluids* 52:1629-1639, doi: 10.1007/s00348-012-1280-x
- [8] Kähler CJ, Scharnowski S, Cierpka C (2012) On the uncertainty of digital PIV and PTV near walls. *Exp Fluids* 52:1641-1656, doi: 10.1007/s00348-012-1307-3
- [9] Keane RD, Adrian RJ, Zhang Y (1995) Super-resolution particle imaging velocimetry. *Meas Sci Tech* 6:754–768. doi:10.1088/0957-0233/6/6/013
- [10] Kumar A, Cierpka C, Williams SJ, Kähler CJ, Wereley ST (2011) 3D3C velocimetry measurements of an electrothermal microvortex using wavefront deformation PTV and a single camera. *Micro Nano* 10:355–365. doi:10.1007/s10404-010-0674-4
- [11] Lei YC, Tien WH, Duncan J, Paul M, Ponchaut N, Mouton C, Dabiri D, Rösgen T, Hove J (2012) A vision-based hybrid particle tracking velocimetry (PTV) technique using a modified cascade correlation peak-finding method. *Exp Fluids*. doi:10.1007/s00348-012-1357-6
- [12] Malik NA, Dracos T, Papantoniou DA (1993) Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. *Exp Fluids* 15:279–294. doi:10.1007/BF00223406
- [13] Ohmi K, Li HY (2000) Particle-tracking velocimetry with new algorithms. *Meas Sci Tech* 11:603–616. doi:10.1088/0957-0233/11/6/303
- [14] Okamoto K, Hassan YA, Schmidl WD (1995) New tracking algorithm for particle image velocimetry. *Exp Fluids* 19:342–347, DOI 10.1007/BF00203419
- [15] Okamoto K, Nishio S, Kobayashi T, Saga T, Takehara K (2000) Evaluation of the 3D-PIV standard images (PIV-STD project). *J Vis* 3:115–123. doi:10.1007/BF03182404
- [16] Ouellette NT, Xu H, Bodenschatz E (2006) A quantitative study of three-dimensional Lagrangian particle tracking algorithms. *Exp Fluids* 40:301-313, doi: 10.1007/s00348-005-0068-7
- [17] Scarano F (2013) Tomographic PIV: principles and practice. *Meas Sci Tech* 24:012001, DOI 10.1088/0957-0233/24/1/012001
- [18] Takehara K, Adrian RJ, Etoh GT, Christensen KT (2000) A Kalman tracker for super-resolution PIV. *Exp Fluids* 29:S034-S041, doi: 10.1007/s003480070005
- [19] Wereley ST, Meinhart CD (2001) Second-order accurate particle image velocimetry. *Exp Fluids* 31:258–268. doi:10.1007/s003480100281