

## DICKENBESTIMMUNG EINES SCHUBSPANNUNGSGETRIEBENEN WANDFILMES AUF EINER GENEIGTEN EBENEN PLATTE MITTELS LASERLICHTSCHNITT

### MEASUREMENT OF THE THICKNESS OF A SHEAR DRIVEN WALLFILM ON AN INCLINED FLAT PLATE BY MEANS OF LASER LIGHT SHEET

**Benjamin W. Brinkmann, Thorsten J. Möller**

Technische Universität Braunschweig  
Institut für Strömungsmechanik  
Bienroder Weg 3  
D-38106 Braunschweig

Filmdickenmessung, Laserlichtschnitt, digitale Bildverarbeitung  
Thickness of liquid film, Laser Light sheet, digital Image Processing

#### **Abstract**

A measurement procedure to determine the local and temporal development of the thickness of a shear driven wall film is studied. The laser light scattered by the surface of the film is detected by a high speed camera and used for calculation of the film thickness. In the present case utilisation of suspended hollow glass spheres as seeding is necessary to enhance the image quality. A constant Ar-Ion laser is employed to generate a thin light sheet. In a first step this survey shows reasonable results for the measurement of the mean film thickness for four different sets of parameters. Furthermore the principal difficulties of this presented technique are identified and proposals for enhancement of accuracy are made.

#### **Einleitung**

Schubspannungsgetriebene Flüssigkeitswandfilme tauchen in vielen technisch relevanten Strömungen auf. So spielen sie zum Beispiel eine wichtige Rolle bei der Gemischaufbereitung in modernen Gasturbinen (Ebner et al. 2005, Samenfink et al. 1996). Weiterhin sind sie ein Teil der Prozesse bei der Verschmutzung von Bodenfahrzeugen durch Regen (Banister 2000). Um numerische Methoden zu validieren, ist ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen für generische Geometrien interessant. Zu diesem Zweck sind die zeitliche Entwicklung der Filmdicke, der Grenzschicht zwischen Gas- und Flüssigkeitsphase und des zugehörigen Strömungsfeldes für die Validierung wichtige Informationen.

Kuthada et al. 2004 stellen ein auf digitaler Bildverarbeitung basierendes Verfahren vor, mit dem der Anteil der durch Wasser benetzten Fläche an der Gesamtfläche des untersuchten Körpers quantitativ erfasst werden kann. Die zeitliche Entwicklung der Filmdicke wird hier nicht diskutiert. Technisch relevante Strömungen sind häufig wellig (Samenfink et al. 1998), weshalb ein Verfahren für die Bestimmung der Filmdicke des Flüssigkeitsfilmes auch Informationen über die zeitliche Änderung geben muss. Elektrische Messverfahren wie in Sperling 2001 vorgestellt liefern nur punktweise bzw. integrale Informationen.

Das hier vorgestellte Messverfahren ermöglicht die orts- und zeitaufgelöste Messung der Filmdicke entlang einer Linie, welche durch den Laserlichtschnitt vorgegeben ist. Die Aus-

wertung der digitalen Bildinformationen liefert Dicke, Oberflächenstruktur und Frequenzspektrum an jedem Punkt entlang des Lichtschnittes.

## Messverfahren

Das Prinzip des verwendeten Messverfahrens beruht auf der Streuung von einfallendem Licht an Grenzflächen zwischen verschiedenen Medien. In diesem Fall wird die Grenzfläche zwischen der flüssigen Phase, dem Wasser, und der gasförmigen Phase, der strömenden Luft, für die Untersuchungen betrachtet. Für die Vereinfachung der Auswertung wird dem Wasser zusätzlich ein Seeding beigefügt, um den Kontrast in den Bildaufnahmen zu erhöhen. Als Seeding werden Glashohlkugeln mit einer mittleren Größe von 10  $\mu\text{m}$  verwendet.

Die Methode der Messung beruht auf Differenzbildung zwischen der Lage der Grenzfläche zwischen Glasfläche und Luft im Falle der unbenetzten Fläche im Vergleich zur momentanen Reflexionslinie im benetzten Fall. Die Auswertung der resultierenden Filmdicke erfolgt in nachgeschalteter Rechnung, nicht zeitgleich zur Messung.

Als Lichtquelle wird ein Argon-Ionen-Laser Model 161C des Herstellers Spectra-Physics mit 10 mW Ausgangsleistung verwendet, die zu einem 1 mm dicken und ca. 100 mm breiten Lichtschnitt aufgeweitet wird. Für die digitale Aufzeichnung der Bilder wird eine Hochgeschwindigkeitskamera ImagerPro HS der Firma LaVision eingesetzt, deren maximale Auflösung 1280×1024 Pixel beträgt. Beim Objektiv handelt es sich um ein Macro-Objektiv mit 180 mm Brennweite. Der prinzipielle Messaufbau ist in Abb. 1 schematisch dargestellt.

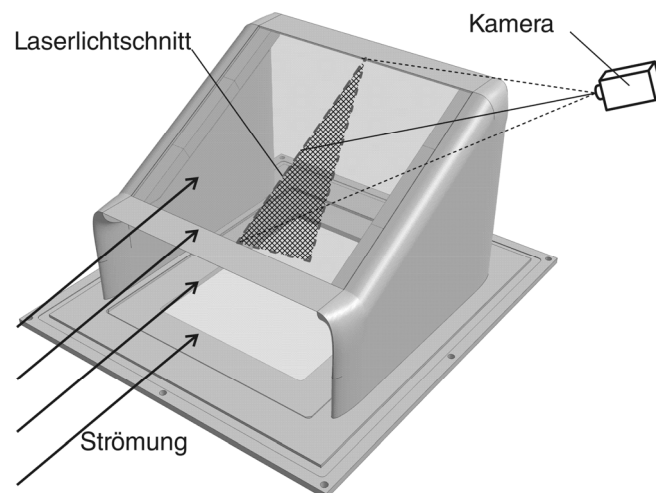


Abb. 1: Prinzipieller Messaufbau mit Windkanalmodell ohne Benetzungseinrichtung

## Versuchsaufbau

Die Messungen werden im Großen Gitter Windkanal (GGB) des Institutes für Strömungsmechanik der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt. Es handelt sich um einen Windkanal Göttinger Bauart mit offener Messstrecke, dessen kreisrunder Düsenquerschnitt 1300 mm beträgt. Das Modell wird mittels einer Heckstielhalterung in der Strömung fixiert.

Bei dem verwendeten Windkanalmodell handelt es sich um eine ebene Platte, die zur Strömung um  $-28.5^\circ$  geneigt ist, das Modell ist in Abb. 2 dargestellt. Um Ablösungen und Wirbelbildung an den Kanten zu vermeiden, trotzdem aber einen ungestörten optischen Zugang zur Plattenoberfläche zu gewährleisten, werden oben abgerundete Seitenwände verwendet. Das Windkanalmodell hat zusätzlich eine Bodenplatte, da es sowohl in Windkanälen mit offener als auch mit geschlossener Messstrecke eingesetzt werden soll.

Stromauf der geneigten Platte befindet sich eine horizontale Anlaufstrecke mit Transitions-  
hilfe, um eine turbulente Grenzschicht zu erzwingen. So werden nachfolgende Simulationen  
vereinfacht, weil die korrekte Reproduktion der natürlichen Transition nicht nachgebildet wer-  
den muss.

Das erste Segment der geneigten Oberfläche enthält die Benetzungseinrichtung der Platte.  
Das Wasser tritt durch einen 2 mm breiten Schlitz aus. Unterhalb der Schlitzblende befindet  
sich eine Beruhigungskammer, die durch zwei Schläuche gespeist wird.

Das zweite Segment der ebenen Platte ist die eigentliche Versuchsoberfläche. Dieser Teil ist  
aus Glas, durch das der Laserlichtschnitt von unten eingebracht werden kann. Den Ab-  
schluss des Modelles bildet eine erneut horizontale Abströmkante.

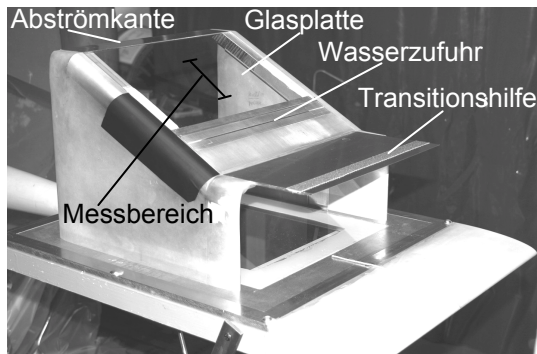


Abb. 2: Windkanalmodell

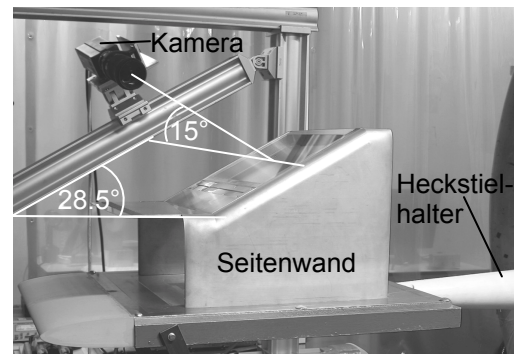


Abb. 3: Neigungs- und Kippwinkel der Kamera

Die Kamera befindet sich in einem Abstand von ca. 1 m seitlich vom Modell, die Blickrichtung  
verläuft senkrecht zur Strömung. Gegenüber der Bodenplatte des Modelles ist die Kamera  
doppelt geneigt. Zum einen fällt die Kamera-Horizontale mit der Oberfläche der Glasplatte  
zusammen, zum anderen ist die Kamera um 15° nach unten genickt, um zu verhindern, dass  
eine wellige Oberfläche den Lichtschnitt verdeckt. Die Anordnung der Kamera zum Modell ist  
in Abb. 3 verdeutlicht. Das Aufnehmen der Bilder erfolgt bei einer Frequenz von 50 Hz und  
bei einer Auflösung von 1280×300 Pixel.

Die Durchflussrate des Wassers wird von Hand reguliert, zur Kontrolle dienen ein Durch-  
flussmesser und eine Druckmessuhr. Das Seeding wird mit Hilfe einer Spritzenpumpe kurz  
vor dem Modell in die beiden Zulaufschläuche injiziert. Über die jeweilige Seeding-  
Konzentration und Förderrate gibt Tab. 1 Aufschluss.

Tab. 1: Seedingkonzentration und Förderrate bei den verschiedenen Wasser-Volumenströmen

Durchflussrate Wasser	Konzentration des Seedingzusatzes	Förderrate Seeding
$16.7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	$32.0 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^3$	$416.710^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$
$33.3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	$32.0 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^3$	$833.3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$

## Messung und Auswertung

Untersucht werden die Anströmgeschwindigkeiten 20 m/s und 25 m/s, was den Reynolds-  
zahlen  $390 \cdot 10^3$  und  $488 \cdot 10^3$  entspricht. Die Reynoldszahl wird hierbei auf Basis der Länge  
der ebenen Platte ( $x_{\text{max}} = 300 \text{ mm}$ ) gebildet, ohne Berücksichtigung des horizontalen An-  
laufstückes. Die Messungen werden im Mittelschnitt des Modelles zwischen den Koordinaten  
 $x = 160 \text{ mm}$  und  $x = 220 \text{ mm}$  durchgeführt. Der Messbereich ist in Abb. 2 gekennzeichnet.  
Die Tab. 2 gibt die Volumenströme an, die für die Benetzung der Plattenoberfläche mit Was-  
ser verwendet werden.

Tab. 2: Kombination der Durchflussraten Wasser mit der Strömungsgeschwindigkeit.

Strömungsgeschwindigkeit	20 m/s	25 m/s
Durchflussrate Wasser		
$1.67 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} = 60 \text{ l/h}$	•	•
$3.34 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} = 120 \text{ l/h}$	•	•

Über diese Kombinationen hinaus werden PIV-Messungen ohne Bewässerung zusätzlich auch bei 15 m/s durchgeführt. Diese Strömungsgeschwindigkeit reicht jedoch nicht aus, um den aus dem Bewässerungsschlitz austretenden Wasserfilm die schräge Platte hinaufzutransportieren. Die Ergebnisse der PIV-Untersuchungen sind jedoch nicht Gegenstand dieses Beitrages.

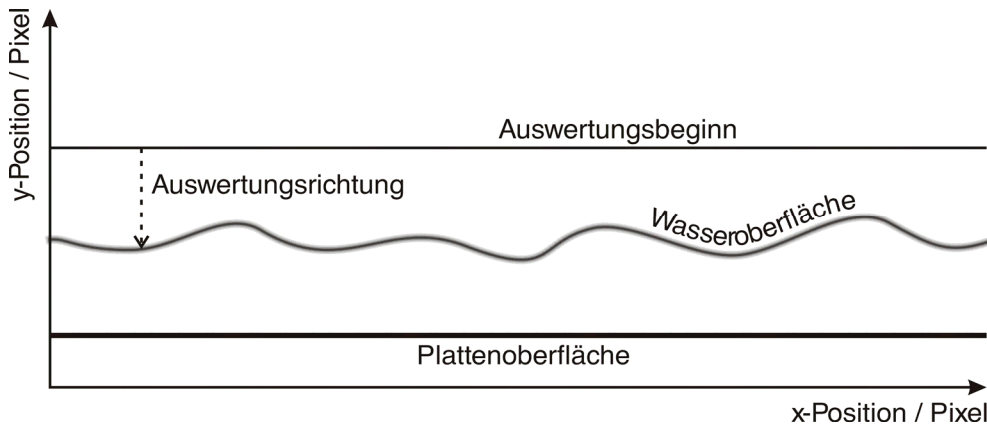


Abb. 4: Veranschaulichung des Auswerteverfahrens

Die Auswertung der digitalen Bilder erfolgt mit Hilfe von Matlab. Jedes Bild wird pixelweise in Spalten ausgewertet, wobei jede Bildspalte von oben nach unten durchlaufen wird (vgl. Abb. 4). Ausgehend von einer Funktion  $I(x, y)$ , die die Helligkeitsinformation aller Pixel eines Bildes wiedergibt, wird die Oberfläche des Wasserfilmes dadurch detektiert, dass die Krümmung der Helligkeitsverteilung in einer Spalte  $x_i$  maximal wird. Infolgedessen wird die zweite Ableitung der Helligkeit

$$\frac{d^2 I(x_i, y)}{dy^2} = \max \quad (1)$$

gebildet und das erste lokale Maximum als Kriterium für die Filmdicke gewertet. Damit dieses Kriterium aufgrund von Restlicht und Hintergrundrauschen nicht bereits ein Stück oberhalb der Wasseroberfläche greift, muss jedes getestete Pixel in der Bildspalte  $x_i$  einen mindesten Helligkeitswert  $R$  aufweisen. Diese Rauschschwelle  $R$  setzt sich je Bildspalte  $x_i$  aus dem Mittelwert der Helligkeit  $I(x_i, \tilde{y})$  weit oberhalb der Filmoberfläche sowie deren Standardabweichung  $I(x_i, \tilde{y})'$  in dem Bereich zusammen:

$$R = \overline{I(x_i, \tilde{y})} + \varepsilon \cdot I(x_i, \tilde{y})' \quad (2)$$

Die Koordinate  $\tilde{y}$  kennzeichnet den Bereich weit oberhalb der Filmoberfläche und der Faktor  $\varepsilon$  wird empirisch anhand der Bildaufnahmen ermittelt (s.u.).

Diese verhältnismäßig einfache Betrachtung ist im vorliegenden Fall deshalb möglich, weil die Bildaufnahmen eine vollständig benetzte Platte und keine nennenswerten ablösenden Tropfen über der Oberfläche zeigen.

Das beschriebene Vorgehen mit einem allgemeinen Kriterium für die Helligkeit macht die Auswertung unempfindlich gegen Helligkeitsschwankungen von Bild zu Bild sowie innerhalb eines Bildes, wie sie beispielsweise aufgrund der Intensitätsverteilung im Laserstrahl auftreten.

Aus dem detektierten y-Wert der Lage der Oberfläche wird die Filmdicke in Pixel als Differenz zur bekannten Position der Glasoberfläche ohne Wasser berechnet. Mit Hilfe des Abbildungsmaßstabes werden aus diesen Werten dann physikalische Längeneinheiten berechnet.

Zur Auswahl der auszuwertenden Bilder werden in einem vorgeschalteten Untersuchungsschritt alle Bilder einer Messreihe auf ihre Gesamthelligkeit hin untersucht. Fallen hierbei einzelne Serienabschnitte deutlich nach unten oder oben aus der Norm heraus, werden diese Teilserien nicht für die Auswertung verwendet.

## Ergebnisse

Die Bestimmung des empirischen Faktors  $\varepsilon$  basiert auf einer entsprechenden Parameterstudie. Für Werte von  $\varepsilon = 2 \dots 14$  wird in zufällig ausgewählten Bildern und Bildspalten  $x_i$  eine Vergleichsauswertung durchgeführt. Es bildet sich für alle Bilder ein Plateau aus, innerhalb dessen sich die Filmdicke mit Variation von  $\varepsilon$  nicht verändert, die Lage dieses Plateaus variiert jedoch. Die Abb. 5 zeigt diese Plateaus für repräsentative Bildspalten. Im Vergleich ergibt sich für  $\varepsilon = 6$  ein hinreichend großes Plateau. Dieser Wert wird global für alle vier Messreihen verwendet.

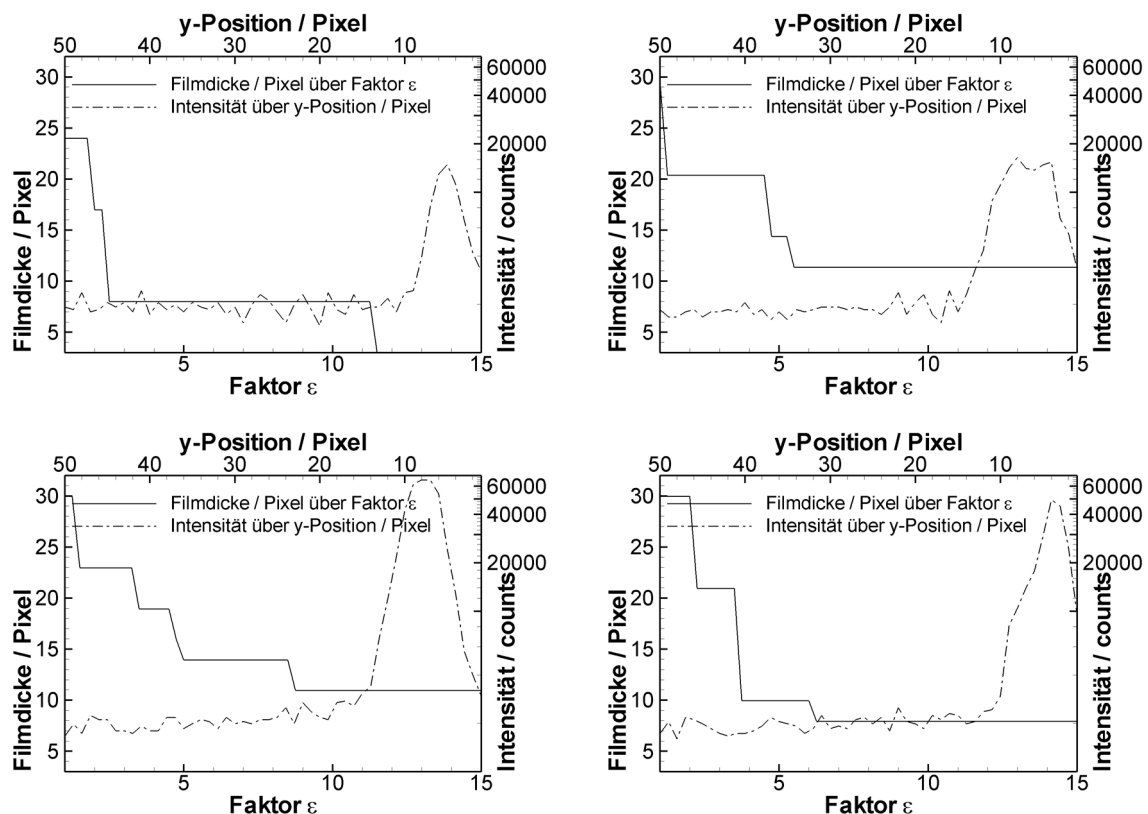


Abb. 5: Intensitätsverlauf verschiedener Bildspalten und zugehörige detektierte Filmoberfläche als Verlauf über dem Skalierungsfaktor  $\varepsilon$

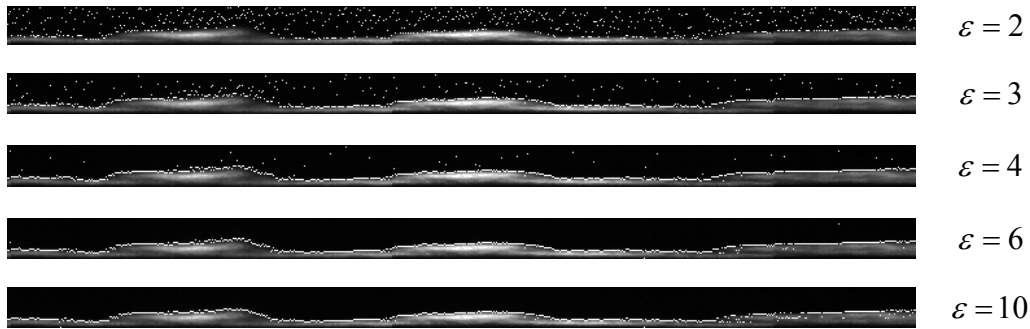


Abb. 6: Detektierte Filmoberfläche für variierendes  $\varepsilon$

In Abb. 6 sind die resultierenden Filmoberflächen für verschiedene  $\varepsilon$  im Vergleich dargestellt. Die Qualität der Filmoberfläche mit steigendem  $\varepsilon$  nimmt zunächst zu und später wieder ab. Dieses Phänomen ist dadurch zu erklären, dass mit größeren Rauschschwellen  $R$  die Filmoberfläche bereits erreicht wird und das erste lokale Maximum der zweiten Ableitung des Helligkeitsverlaufes der Bildspalte herausgefiltert wird. Auch hier ist erkennbar, dass das Optimum für die Filmdickenbestimmung bei  $\varepsilon = 6$  liegt.

Bevor eine zeitaufgelöste Auswertung der Messdaten erfolgen kann, sind für die Qualifizierung des Messverfahrens die mittlere Filmdicke und die Amplitude der Wellen zu untersuchen. Die Abb. 7 zeigt die Mittelwerte über ca. 2000 Bildaufnahmen jeder der vier Messreihen und die zugehörige Standardabweichungen. Die mittleren Filmdicken scheinen den Messungen zu Folge ein Maximum zu haben, wohingegen die Amplituden der Wellen im Verlauf der Platte kontinuierlich abnehmen. Insgesamt liegt der Mittelwert bei ca. 0.4 mm.

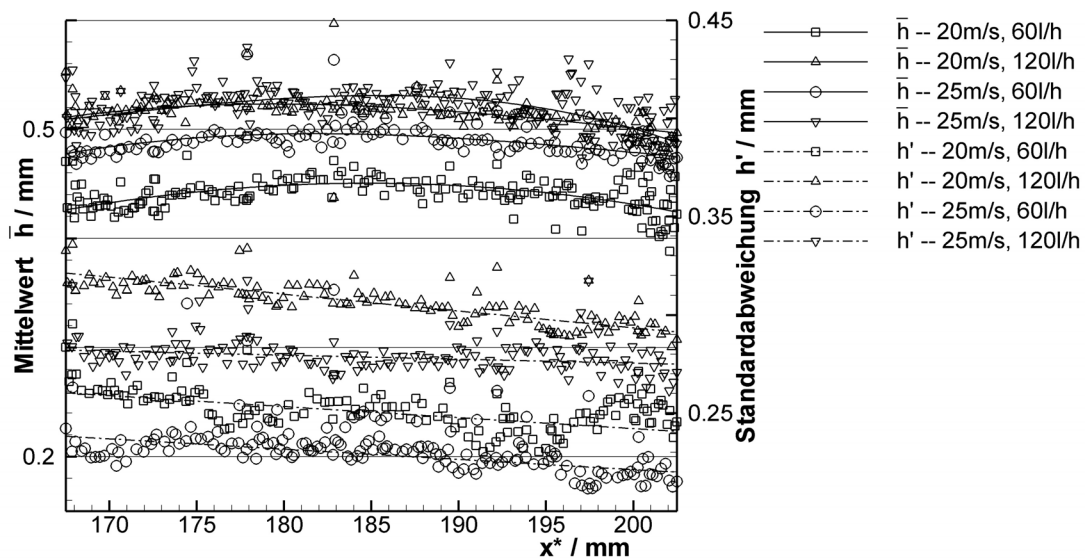


Abb. 7: Mittlere Filmdicke  $\bar{h}$  und Standardabweichung  $h'$  über der Lauflänge  $x$

Außerdem ist zu erkennen, dass die Filmdicken im Falle der größeren Durchflussrate (120 l/h) erwartungsgemäß größer sind und für die beiden Geschwindigkeiten nahezu gleich verlaufen. Auch die Maxima liegen sehr nah beieinander ( $x \approx 187$  mm für 25 m/s und  $x \approx 182$  mm für 20 m/s). Die Verläufe der mittleren Filmdicken für die Messungen mit geringem Volumenstrom (60 l/h) liegen deutlicher auseinander, haben aber ebenfalls einen ähnlichen Verlauf mit nahezu deckungsgleichen Maxima. Warum die Filmdicke bei geringerer Geschwindigkeit jedoch geringer ist, muss an dieser Stelle offen bleiben.

Der generelle Verlauf der mittleren Filmdicke mit seinem Maximum im mittleren Abschnitt der benetzten Platte ist verwunderlich, ließe sich jedoch durch das Zusammenwirken von zwei wesentlichen Einflüssen auf die Filmdicke erklären: Dem Abfluss von Flüssigkeit zu den Seiten hin und dem Zusammenspiel von Schubspannung und Gravitation.

Stellt man die stationäre Kontinuitätsgleichung nach der mittleren Filmdicke  $\bar{h}$  um,

$$\bar{h}(x, z) = \dot{V} \cdot \frac{1}{b(x)} \cdot \frac{1}{\bar{u}(x, z)} \quad (3)$$

wird deutlich, dass die Filmdicke bei konstantem Volumenstrom  $\dot{V}$  jeweils reziprok proportional zur Breite  $b(x)$  des benetzten Gebietes und zur mittleren Filmgeschwindigkeit  $\bar{u}(x, z)$  in der Plattenebene ist. Beim verwendeten Windkanalmodell findet die Aufweitung der benetzten Fläche durch Umfließen der abgerundeten Seitenwände statt.

Geht man im Messbereich in  $x$ -Richtung von geringen Änderungen des dritten Faktors in Glg. (3) aus, nimmt die Filmdicke aufgrund der Ausbreitung des Filmes dementsprechend mit der Lauflänge ab. Der Verlauf der Standardabweichungen in Abb. 7 kann anhand dieser Vorstellung ebenfalls erklärt werden: Mit abnehmender Filmdicke müssen auch die Amplituden der Wellenbewegungen abnehmen.

Der Einfluss von Schubspannung und Gravitation kann aus dem 2D-Problem abgeschätzt werden. Unter Verwendung des Impulssatzes in Richtung des Strömungsverlaufes

$$\rho_w \left\{ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right\} = \rho_w g \sin \alpha - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \quad (4)$$

und unter der Annahme, dass die Ableitungen in  $x$ -Richtung abschnittsweise näherungsweise null sind, lässt sich diese Gleichung zu

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = - \frac{\rho_w g}{\mu} \sin \alpha \quad (5)$$

vereinfachen. Hierbei bezeichnen  $\mu$  die dynamische Viskosität,  $\rho_w$  die Dichte des Wassers,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $\alpha$  den Neigungswinkel der ebenen Platte. Für die Integration nach  $y$  werden zwei Randbedingungen benötigt. Die eine ist die Haftbedingung an der Wand ( $u(y=0) = 0$ ), die andere ist die Bedingung, dass die Schubspannung  $\mu \frac{du}{dy}$  am oberen Rand des Filmes  $h(x)$  der Schubspannung  $\tau_{\text{Grenz}}$  beim Übergang zur Luftströmung entspricht. Hieraus wird die mittlere Filmgeschwindigkeit  $\bar{u}$  durch Integration über die lokale Filmdicke  $h(x)$  gebildet und Glg. (3) mit konstanten Faktoren darin eingesetzt. Die resultierende Gleichung lautet:

$$\frac{1}{3} \frac{\rho_w g}{\mu} \sin \alpha h^3(x) - \frac{1}{2\mu} |\tau_{\text{Grenz}}| h^2(x) + \frac{\dot{V}}{b} = 0 \quad (6)$$

Hierbei ist zu beachten, dass sowohl die mittlere Filmgeschwindigkeit als auch die Grenzschubspannung  $\tau_{\text{Grenz}}$  der Schwerkraft entgegen zeigen. Der erste Summand dieser Gleichung ist für relevante Filmdicken von bis zu 2 mm mindestens 3 Größenordnungen kleiner als die übrigen beiden.

Durch numerische Lösung dieser Gleichung zeigt sich, dass die Filmdicke  $h(x)$  mit abnehmender Grenzschubspannung  $\tau_{\text{Grenz}}$  zunimmt. Für die ebene, unbenetzte Platte ergibt sich eine Abnahme der Grenzschubspannung  $\tau_{\text{Grenz}}$  mit der Lauflänge und damit eine Zunahme der Filmdicke bergauf in Richtung des Strömungsverlaufes.

Das Maximum bzw. Plateau der Filmdicke, wie die Ergebnisse es zeigen, ließe sich prinzipiell durch ein Zusammenspiel des Schubspannungs- und Gravitationseinflusses mit dem beschriebenen Abfließen von Wasser um die Seitenwände herum erklären.

Die zweite mögliche Ursache für das Maximum der Filmdicke in der Mitte des Bildausschnittes ist im Helligkeitsmaximum des Lasers zu suchen. Letzteres liegt bei den vorliegenden Untersuchungen im Bereich der Filmdickenmaxima. Obwohl das Kriterium der zweiten Ableitung der Lichtintensität weitestgehend von der Helligkeitsverteilung des Lasers unabhängig sein sollte, kann an dieser Stelle ein Einfluss noch nicht vollständig ausgeschlossen werden. Erst wenn die Entstehung des Dickenmaximums jedes Messfalles geklärt ist, können die Kurvenverläufe der Filmdicke, ihre relative Lage zueinander und der zeitliche Verlauf der Oberflächenstruktur diskutiert sowie eine umfangreiche Fehleranalyse durchgeführt werden. Zuvor sind jedoch weitere Experimente notwendig. Es muss dabei insbesondere eine verbesserte Auflösung des Wasserfilmes realisiert werden, was durch einen Kamera-Chip mit höherer Pixelanzahl und durch ein Objektiv größerer Brennweite realisiert werden kann. Letzteres führt unweigerlich zu einer geringeren Lichtausbeute, die jedoch in Kauf genommen werden muss.

Ferner kann durch Variation der Lichtschnittlage zum Kameraausschnitt und durch Reduzierung der Laserleistung der Einfluss der Intensitätsverteilung im Lichtschnitt auf die Filmdicke beurteilt werden.

Darüber hinaus wird der Auswertalgorithmus dahingehend erweitert werden, dass der Faktor  $\varepsilon$  nicht für alle Bilder und Bildspalten konstant ist, sondern je nach Lage des sich ausbildenden Plateaus während der Auswertung bestimmt wird. Auf diese Weise wird der Auswertemechanismus von der Beurteilung des Betrachters unabhängig.

## Zusammenfassung

Die bisher gewonnenen Ergebnisse zeigen das Potential des vorgestellten Messverfahrens insbesondere für die Anwendung der linienweisen Filmdickenmessung auf ebenen Flächen. Bevor jedoch die volle Kapazität der zeitaufgelösten Messung zum Tragen kommen kann, sollte für die erforderlichen Anschlussmessungen die Auflösung des Wasserfilmes vergrößert werden, um die Fehleranfälligkeit zu reduzieren. Darüber hinaus muss der Einfluss der Helligkeitsverteilung des Lasers auf die Messergebnisse vollständig eliminiert werden.

Ein weiterer Schritt für die Charakterisierung der Messergebnisse ist die Kalibrierung des Messverfahrens anhand eines Wasserfilmes bekannter Dicke, welche zum Zeitpunkt der Erstellung dieses Beitrages noch nicht erfolgt war.

Die angestrebte Erweiterung des vorgestellten Verfahrens auf einseitig gekrümmte Körper wird sich daran anschließen.

## Literatur

Ebner, J., Schober, P., Schäfer, O., Koch, R., Wittig, S., 2005: "Modelling of Shear-Driven Liquid Wall Films: Effect of Accelerated Air Flow on the Film Flow Propagation", Progress in Computational Fluid Dynamics, Vol. 4, Nos. 3-5, pp. 183-190

Samenfink, W., Elsässer, A., Wittig, S., Dullenkopf, K., 1996: "Internal Transport Mechanism in Shear-Driven Liquid Films", Proc. 8th Int. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal

Bannister, M., 2000: "Drag and Dirt Deposition Mechanism of External Rear View Mirrors and Techniques used for Optimisation", SAE paper 2000-01-0486

Kuthada, T., Widdecke, N., Wiedemann, J., 2004: "Advanced Investigation Methods on Vehicle Soiling", 4th MIRA International Vehicle Aerodynamics Conference, Warwick, UK

Samenfink, W., Elsässer, A., Dullenkopf, K., Wittig, S., 1998: "Droplet Interaction with Shear-Driven Liquid Films: Analysis of the Secondary Droplet Characteristics", ILASS-Europe'98, Manchester

Sperling, Th., 2001: "Abscheidung Hochviskoser Partikel mit Zyklonen", Dissertation TU Braunschweig, ISBN 3-89873-090-5