

KONTINUIERLICHE WAVELET-TRANSFORMATION ZUR FREQUENZ-ANALYSE VON LITA-SIGNALEN

CONTINUOUS WAVELET-TRANSFORM FOR FREQUENCY ANALYSIS OF LITA-SIGNALS

J. Schlegel*, R. Giezendanner-Thoben* und A. Leder**

*Robert Bosch GmbH
Zentralbereich Forschung und Voraentwicklung
Angewandte Forschung 2 – Fluid- und Thermodynamik (CR/ARH1)
Postfach 30 02 40
70442 Stuttgart
GERMANY

**Universität Rostock
Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik
Lehrstuhl Strömungsmechanik
Albert-Einstein-Straße 2
18051 Rostock
GERMANY

LITA, TGS, WAVELET-Transformation, Schallgeschwindigkeit
LITA, TGS, wavelet-transform, speed of sound

Zusammenfassung

Der Artikel beschreibt die physikalischen Grundlagen der LITA-Messtechnik („*Laser Induced Thermal Acoustics*“) und die mathematische Auswertung der Messsignale mittels der CWT („*continuous wavelet-transform*“) zur zeitlich und räumlich hochaufgelösten experimentellen Bestimmung der Schallgeschwindigkeit optisch zugänglicher Flüssigkeiten und Gase. Zunächst wird der Zusammenhang zwischen der Modulationsfrequenz des LITA-Signals und der lokalen Schallgeschwindigkeit des Mediums an Hand der physikalischen Grundlagen des Verfahrens beschrieben. Typische LITA-Signale werden simuliert und zur Untersuchung der Auswerteverfahren zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit verwendet. In diesem Artikel wird ein auf der kontinuierlichen WAVELET-Transformation beruhender Algorithmus zur Berechnung der Modulationsfrequenz der LITA-Signale vorgestellt. An Hand typischer berechneter Zeitsignale wird das Verfahren mit der auf der FOURIER-Transformation basierenden Frequenzanalyse verglichen. Durch die Verwendung von geeigneten Wavelets konnte die Modulationsfrequenz, auch bei steigendem Signal-Rausch-Verhältnis, mit einem Fehler von 1% bis 3% berechnet werden. Damit wurde die mit der klassischen FOURIER-Transformation erzielbare Genauigkeit deutlich übertroffen.

Einleitung

Die Mitte der neunziger Jahre vorgestellte LITA-Messtechnik („*Laser Induced Thermal Acoustics*“) beruht auf dem Effekt der *opto-akustischen Vierwellenmischung* (CUMMINGS et al, 1995). Das intensive Licht zweier gepulster, kohärenter Laserstrahlen („*Pumpstrahlen*“) wird in dem zu untersuchenden Medium zur Interferenz gebracht. Durch nichtlineare opto-akustische Effekte induzieren diese beiden Lichtwellen ein zeitlich moduliertes Brechungs-

40.2

dexgitter im Medium, an dem das Licht eines dritten Lasers („*Probestrahl*“) reflektiert wird. Die entstehende vierte Welle („*Signalstrahl*“) weist daher die gleiche Wellenlänge wie der Probestrahls auf, während ihre Intensität mit der Frequenz der Gitterschwingungen moduliert wird. Die Frequenz der Intensitätsmodulation des Signals stellt das letztendlich zu messende LITA-Signal dar und hängt zum einen von der Art der opto-akustischen Anregung und zum anderen von den Eigenschaften des zu untersuchenden Stoffes ab. Gelingt die Bestimmung der Frequenz der Intensitätsmodulation des Signalstrahls, kann auf die zu ihr proportionale lokale Schallgeschwindigkeit des Mediums geschlossen werden (CUMMINGS et al, 1995).

Die bei der LITA-Technik zu detektierenden Frequenzen liegen, abhängig vom Versuchsaufbau und den Stoffeigenschaften des zu analysierenden Fluids, im Bereich von bis zu hundert MHz. Gleichzeitig klingen die zu beobachtenden Signale bereits nach einigen hundert ns ab, sodass das Auflösungsvermögen einer Frequenzanalyse mit der klassischen schnellen FOURIER-Transformation (FFT) durch die heute verfügbaren Datenerfassungsraten begrenzt und für die Messaufgabe ungenügend genau ist.

In der Literatur werden nichtlineare Optimierungsverfahren zur Anpassung von Parametern analytischer bzw. halbempirischer Gleichungen zur Approximation von LITA-Signalen an Messungen verwendet (CUMMINGS et al, 1995; ALDERFER et al, 2005). Diese Techniken besitzen den Vorteil einer hohen Frequenzauflösung und ermöglichen die Ermittlung weiterer Stoffeigenschaften wie z.B. lokaler akustischer und thermischer Dämpfungskonstanten (CUMMINGS et al, 1995). Die Verfahren benötigen jedoch geeignete Startwerte zur Berechnung der Parameter und erfordern daher eine manuelle Kalibrierung und eine kritische Bewertung der erzielten Ergebnisse.

In dieser Arbeit wird der Einsatz der LITA-Technik zunächst auf die Messung der Schallgeschwindigkeit beschränkt. Mit Hilfe der *WAVELET-Transformation* wird ein leicht implementierbares, kalibrierungsfreies und hoch auflösendes Verfahren zur Frequenzanalyse von LITA-Signalen entwickelt. Wavelets werden heute in unzähligen Bereichen der technischen Wissenschaften eingesetzt. Während die *diskrete WAVELET-Transformation* (DWT) vor allem zur Signalverarbeitung und Datenkomprimierung angewandt wird (BÄNI, 2005), kommt bei Zeit-Frequenz-Analyse von Signalen vor allem die *kontinuierliche WAVELET-Transformation* (CWT) zum Einsatz (TORRENCE und COMPO, 1998).

Die physikalischen Grundlagen des LITA-Verfahrens

Die LITA-Technik beruht auf der nichtlinearen Wechselwirkung zwischen Licht und Materie. Durch zwei gekreuzte kohärente Puls laserstrahlen mit einer Pulsdauer von einigen wenigen Nanosekunden wird im Bereich der gitterförmigen Interferenz der elektromagnetischen Wellen ein lokaler energetischer Nichtgleichgewichtszustand in das Strömungsmedium induziert. Dies erfolgt im Wesentlichen durch die Effekte der *Elektrostriktion* und *Thermalisation*, die sowohl getrennt als auch gemeinsam auftreten können (BOYD, 1992).

Liegt die Wellenlänge des Pump lasers auf bzw. in der Nähe einer Absorptionsbande des zu untersuchenden Mediums, tritt der Effekt der Thermalisation auf. Die Pumpstrahlen induzieren eine gitterförmige Temperaturverteilung im zu untersuchenden Medium. Obwohl die Bedingungen des thermodynamischen Gleichgewichts besagen, dass Temperatur und Dichte einander umgekehrt proportional sind, wird zum Zeitpunkt der Anregung kein zur Temperaturverteilung korrespondierendes Dichtegitter erzeugt. Der Grund dafür liegt in den unterschiedlichen Zeitskalen des Energieeintrags und des Massentransports. Das dadurch erzeugte lokale Ungleichgewicht kann durch die Ausbildung von sich additiv überlagernden Dichtestrukturen erklärt werden. Dabei handelt es sich um ein stationäres *Thermon* und zwei sich mit der lokalen Schallgeschwindigkeit in entgegengesetzten Richtungen ausbreitende *Phononen* (CUMMINGS et al, 1995). Während sich die Strukturen zu Beginn des Vorganges

gegenseitig aufheben, wird die Dichteverteilung im Medium im weiteren Verlauf mit der BRILLOUIN-Frequenz f_θ (BOYD, 1992)

$$f_\theta = \frac{a}{\Lambda}$$

moduliert, wobei a die lokale isotrope Schallgeschwindigkeit und Λ den Gitterabstand der räumlichen Intensitätsverteilung der Pumpstrahlen bezeichnet.

Im Falle der rein elektrostriktiven Anregung des Fluids werden die molekularen Dipole entsprechend ihrer Ladung und dem anliegenden elektrischen Feld der Puls laserstrahlen beschleunigt. Dadurch wird ein „Impulsgitter“ erzeugt. Ähnlich dem Fall thermisch induzierter Gitter werden im Moment der Anregung des Fluids durch die Pumpstrahlen keine Dichtegradienten beobachtet. Dieser Umstand erklärt sich aus zwei sich überlagernden Phononen, die bei rein elektrostriktiver Anregung die thermisch induzierte Dichtestruktur deutlich dominieren. Im weiteren Verlauf breiten sich die Phononen aus und der damit verbundene Massentransport induziert wiederum ein zeitlich moduliertes Dichtegitter. Im Gegensatz zu den bei thermischer Anregung erzeugten Phononen ist die Phase der jetzt auftretenden Dichtestrukturen um eine halbe Periode gegeneinander verschoben (CUMMINGS et al, 1995). Die bei der Elektrostriktion beobachtete Modulationsfrequenz f_e beträgt daher gerade die doppelte der BRILLOUIN-Frequenz.

$$f_e = 2 \frac{a}{\Lambda}$$

Beider Effekte können unterschiedlich stark und sich gegenseitig überlagernd auftreten. Die resultierenden Gitterschwingungen können daher beide Frequenzanteile enthalten. Die Dichteschwankungen werden mit Hilfe eines Probelasers ausgelesen. Dafür wird der Probestrahl unter der BRAGG-Bedingung auf das Gitter gelenkt. Die Amplitudenmodulation des an dem Gitter reflektierten Signalstrahls erfolgt mit der Frequenz der laserinduzierten Dichteschwankung und ist daher ein Maß für die lokale Schallgeschwindigkeit des Mediums.

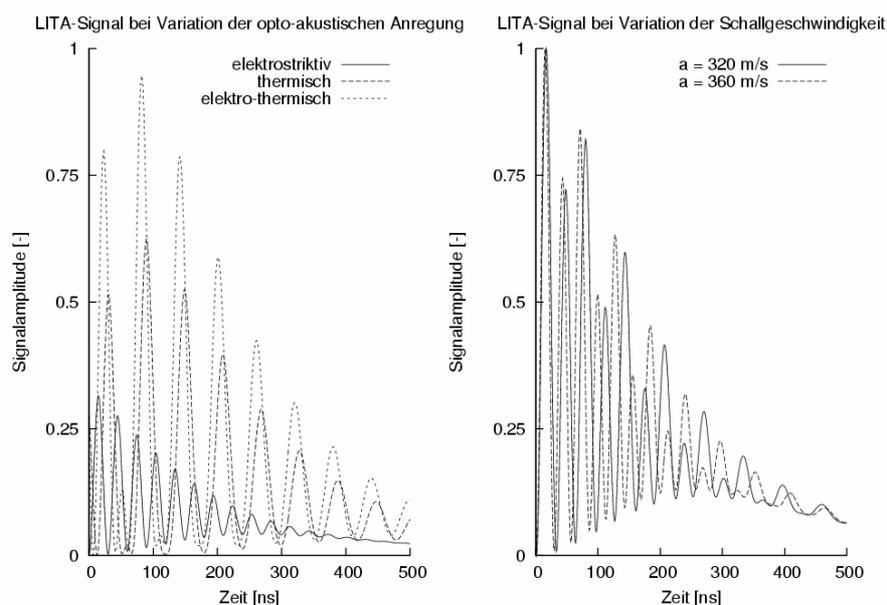


Abb. 1: Für Luft simulierte LITA-Signale unter Variation ausgewählter Randbedingungen. Bei der Änderung der Art der opto-akustischen Anregung wurde die Schallgeschwindigkeit bei 340 m/s konstant gelassen und die Amplituden der thermisch und elektrostriktiv induzierten Gitterschwingungen variiert.

40.4

CUMMINGS (CUMMINGS et al, 1995) führt eine detaillierte Beschreibung der bei der LITA-Technik auftretenden optischen und strömungsmechanischen Prozesse durch. Die an dieser Stelle lediglich qualitativ geschilderten Prozesse der Entstehung von laserinduzierten Brechungsindexgittern können mit Hilfe der linearisierten Transportgleichungen der Strömungsmechanik beschrieben werden. Dazu werden zunächst zwei, die Elektrostriktion und Thermalisation beschreibende Quellterme in die Impuls- und Energiegleichung eingeführt. Die Lösung des Gleichungssystems für die Ausbreitung von kleinen Dichteveränderungen ergibt eine Wellengleichung, die die räumliche Dichteverteilung innerhalb des Messvolumens beschreibt. Mit Hilfe dieser Gleichung, kann die Reflexion des Probestrahls an dem Brechungsindexgitter modelliert und die Wellengleichung des Signalstrahls berechnet werden. Schließlich folgt die das LITA-Signal beschreibende Gleichung aus der räumlichen Integration der Wellengleichung des Signalstrahls. Mit Hilfe der LITA-Gleichung (CUMMINGS et al, 1995) kann der Signalverlauf in Abhängigkeit von Stoff- und Laserparametern berechnet und die für die Auswertung realer Messungen zu erwartenden Zeit- bzw. Frequenzskalen und Abtastraten simuliert werden. Einige mit dieser Beziehung für LITA-Messungen in Luft berechnete Signalzüge werden in Abb. 1 dargestellt.

Die Frequenzanalyse mit Hilfe der kontinuierlichen WAVELET-Transformation

Die Frequenzanalyse von Zeitsignalen gehört zu den klassischen ingenieurwissenschaftlichen Aufgaben. Vor dem Hintergrund der Analyse von diskret abgetasteten Zeitsignalen kann von einer endlichen Reihe $f_n = f(n\delta t)$; $n = 0, \dots, N-1$ an Messpunkten eines analogen Signals $f(t)$ und konstanter Abtastrate δt ausgegangen werden.

In vielen Fällen kann zur Frequenzanalyse dieser Zeitreihe auf die FOURIER-Transformation zurückgegriffen werden. Die diskrete FOURIER-Transformation, die die Signalinformation nun im Frequenzbereich widerspiegelt, ist dabei durch

$$\hat{f}_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{2\pi i kn/N}$$

definiert (PRESS et al, 1995). Die Frequenzauflösung der Transformation ist dabei durch die diskrete Signalabtastung begrenzt. Gleichzeitig enthält die FOURIER-Transformierte \hat{f}_k zwar die Informationen welche Frequenzen im Signal enthalten sind, gibt jedoch auf Grund des periodischen Charakters der Analysefunktion keine Auskunft darüber, wann die Frequenzen im Signal auftreten oder ob die Schwingung gedämpft bzw. angefacht wird.

Die Schwachpunkte der FFT können durch Anwendung der CWT („continuous wavelet-transform“) umgangen werden. Als *Wavelets* („kleine Wellen“) werden die Basisfunktionen der WAVELET-Transformation bezeichnet, von denen es ganze Familien unterschiedlicher Typen mit jeweils speziellen Eigenschaften gibt. Ausgehend von einem einzelnen Basiswavelet wird für die Analyse eines Frequenzbereiches an einer bestimmten Stelle im Signal eine mit dem Faktor s skalierte und um den Parameter t verschobene Version des Wavelets $\psi(s, t)$ generiert. Für jedes dieser Analysewavelets wird mit Hilfe der Faltung von Signal und Wavelet ein Koeffizient

$$\tilde{f}_n(s) = \sum_{t=0}^{N-1} f_t \psi^* \left[\frac{(t-n)\delta t}{s} \right]$$

berechnet, der einen Signalanteil innerhalb eines durch das Wavelet definierten Zeit-Frequenz-Fensters kodiert. Ein kompletter Satz von Waveletkoeffizienten repräsentiert schließlich das Signal als Ganzes. Das Wavelet bzw. die Analysefunktion ist im Gegensatz zu den bei der der FOURIER-Transformation verwendeten harmonischen Funktionen sowohl

im Frequenz- als auch im Zeitbereich lokalisiert, wodurch die Untersuchung gedämpfter und aperiodischer Schwingungen ermöglicht wird. Darüber hinaus kann die CWT für beliebige Skalierungen s des Analysewavelets $\psi(s, t)$ berechnet werden, da die Wahl der Skalierung des Analysewavelets unabhängig von dem zu analysierenden Datensatz erfolgen kann. Dieser Umstand erklärt die gegenüber der FFT verbesserte Frequenzauflösung der CWT. Im Gegensatz dazu ist die Wahl des Translationsparameters t an die Auflösung des Signals gebunden. Stehen N Datenpunkte zur Auswahl, so werden in aller Regel auch N Translationen der Waveletfunktion verwendet werden.

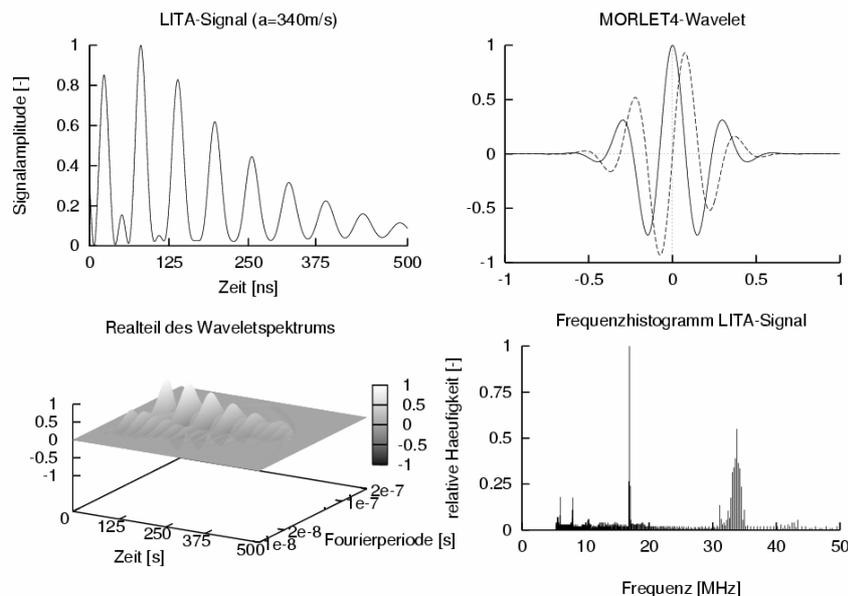


Abb. 2: LITA-Signal, das zur CWT verwendete MORLET4-Wavelet mit dem dazugehörigem Waveletspektrum und Frequenzhistogramm

In diesen Untersuchungen wurde ein von TORRENCE und COMPO vorgeschlagenes Verfahren verwendet und die von diesen Autoren angegebenen Definitionen der MORLET-, PAUL- und DOG-Wavelets implementiert (TORRENCE und COMPO, 1998). Der CWT-Algorithmus überführt die zeitbasierte Darstellung eines Signals in die in Abb. 2 angegebene Zeit-Frequenz-Darstellung. Anschließend erfolgt die Detektion der zum jeweiligen Zeitpunkt im Signal enthaltenen Frequenzen durch Differentiation des Waveletspektrums mit anschließender Nullstellensuche. Die so ermittelten Signalfrequenzen werden in Form des in Abb. 2 dargestellten Frequenzhistogramms aufgetragen.

Ergebnisse und Diskussion

In Abb. 3 ist das mit der FFT berechnete Amplituden-Frequenz-Spektrum eines typischen LITA-Signals dargestellt. Die Frequenzauflösung δf der FFT kann an Hand der Anzahl der zur Verfügung stehenden Datenpunkte N und die Abtastrate des Signals δt durch

$$\delta f = \frac{1}{(N\delta t)}$$

berechnet werden (PRESS et al, 1995). In dem hier dargestellten Fall ergibt

sich mit $N = 1024$ und $\delta t = 0,5$ ns eine maximale Frequenzauflösung δf von etwa 2 MHz.

Bei den zu detektierenden Modulationsfrequenzen des Signals von $f_\theta = 16,7$ MHz und

$f_e = 33,7$ MHz des Signals folgt daraus eine relative Messunsicherheit in einer Größenordnung von 10 %. Zudem wird die Auswertung des Amplituden- Frequenz-Spektrums der FFT

40.6

durch die infolge des aperiodischen Signals schlecht lokalisierte Verteilung der spektralen Energiedichte der FOURIER-Transformierten des LITA-Signals erschwert.

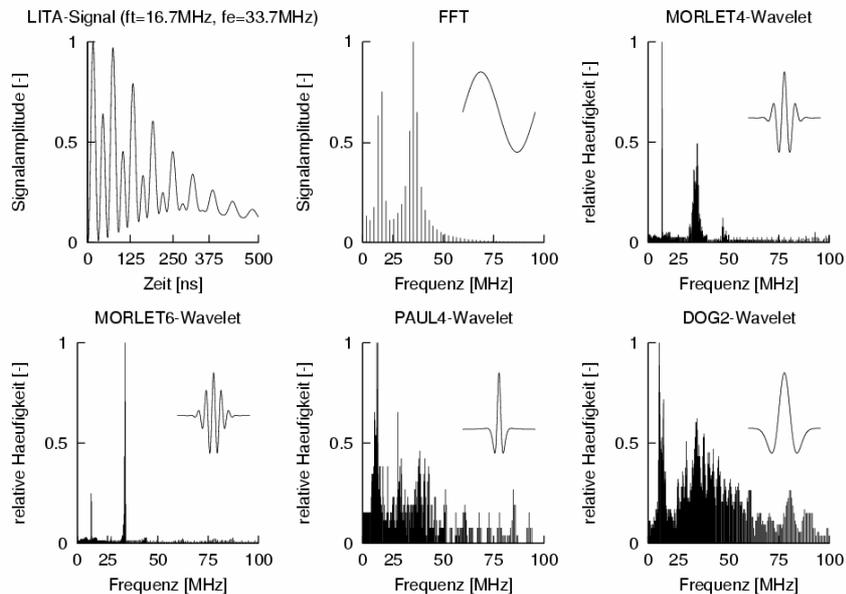


Abb. 3: LITA-Signal, Amplituden-Frequenzspektrum der FFT und Frequenzhistogramme ausgewählter Basiswavelets

Wie aus Abb. 3 hervorgeht, ermöglicht die WAVELET-Transformation eine deutlich bessere Ermittlung der Signalfrequenzen. Die MORLET-Wavelets stellen den besten Kompromiss zwischen der zeit- und der räumlichen Lokalisierung der Waveletbasis dar und eignen sich gut zur Frequenzanalyse des LITA-Signals. Im Gegensatz dazu lösen die DOG- und PAUL-Wavelets den hochfrequenten Anteil des Signals in Folge ihrer schlechteren Lokalisierung im Frequenzbereich nur in unzureichendem Maße auf, wobei durch eine Optimierung von Skalierung und Histogrammauswertung bessere Resultate ermöglicht werden können.

Die Frequenzanalyse des LITA-Signals wurde für eine Variation der Schallgeschwindigkeit im Bereich von 320 m/s bis 360 m/s bzw. der diesen Geschwindigkeiten zugeordneten Modulationsfrequenzen durchgeführt. Die in Abb. 4 dargestellten Ergebnisse dieser Untersuchungen unterstreichen die hohe Genauigkeit der auf der MORLET -Waveletbasis beruhenden CWT. Der Berechnungsfehler der Analyse von den für Luft simulierten LITA-Signalen liegt bei Verwendung dieser Waveletfamilie im Bereich von etwa 1 % bis 3 %. Mit den DOG- und PAUL-Wavelets werden diese Ergebnisse aus den bereits geschilderten Gründen nicht erreicht. Die Ergebnisse der FFT zeigen sich aufgrund des begrenzten Auflösungsvermögens der Transformation als invariant gegenüber einer Änderung der Schallgeschwindigkeit im betrachteten Geschwindigkeitsbereich. Der Berechnungsfehler beträgt 15 % bis 20%.

Abschließend wurde die Rauschamplitude der LITA-Signale im Verhältnis zu ihrer Signalstärke bei einer festen Schallgeschwindigkeit von 340 m/s erhöht. Dabei wurde untersucht, bis zu welchem Punkt die einzelnen Transformationen die im Signal enthaltene Modulationsfrequenz erkennen. Ist eine Unterscheidung zwischen Frequenz und dem Untergrundrauschen nicht mehr gegeben, wurde die Untersuchung abgebrochen (Messfehler 100 %). Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden im unteren Teil von Abb. 4 dargestellt. Auch bei diesem Test zeigt sich die CWT der FFT überlegen, da das Rauschen und die Signalfrequenzen mit verschiedenen Skalen des Analysewavelets korrelieren. Insbesondere mit der MORLET -Waveletbasis können selbst stark gestörte Signale untersucht werden.

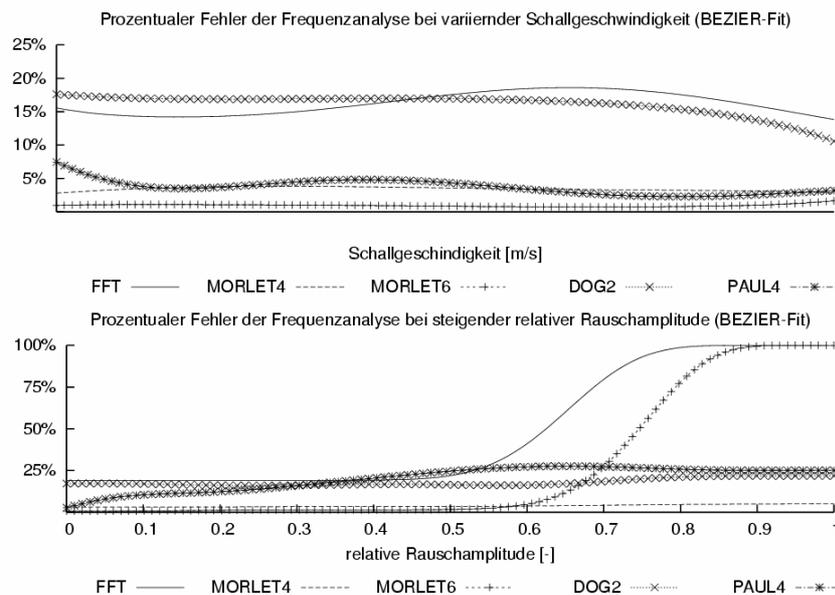


Abb. 4: Relativer Fehler der berechneten Modulationsfrequenz bei Änderung des Signal-Rausch-Verhältnisses und der Schallgeschwindigkeit

Experimentelle Vorhaben

Im Rahmen der Untersuchung der LITA-Technik im Hinblick auf ihre Verwendungsmöglichkeit zur zeitlich und räumlich hochaufgelösten experimentellen Bestimmung der lokalen Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten wurde ein optischer Versuchsaufbau erstellt. Obwohl die LITA-Technik im Vergleich zu anderen nichtlinearen Messverfahren ein relativ robustes und einfaches Verfahren darstellt (CUMMINGS et al, 1995), erfordert der optische Aufbau ein hohes Maß an Justieraufwand. Die wesentlichen Bestandteile des Versuchstandes umfassen die Komponenten zur Erzeugung des laserinduzierten Brechungsindexgitters und die Bauteile zur Erzeugung bzw. Detektion von Probe- und Signalstrahl.

Der Pumpstrahl wird durch einen Nd:YAG-Laser (Solo-PIV Solo III-15; 532 nm, 35 mJ/Puls, 3 bis 5 ns Pulsdauer, 10 Hz Pulsfrequenz) erzeugt. Mit Hilfe eines Strahlteilers erfolgt die Aufteilung des Strahls in zwei s-polarisierte Teilstrahlen gleicher Energie. Nach dem optischen Wegausgleich beider Teilstrahlen werden sie über zwei Umlenkspiegel auf eine achromatische Linse (Fraunhofer Achromat $f = 500$ mm) gelenkt und fokussiert.

Im Fokus der Strahlen entsteht das eigentliche Messvolumen der LITA-Technik (ca. $200 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$). Die Modulation des Brechungsindexgitters wird durch den Probestrahl ausgelesen. Dabei wird der Strahl eines Argon-Ion-Laser (Melles Griot 35-LAP-431-238, 488 nm, 120 mW), mit Hilfe eines über Piezoaktuatoren angesteuerten Umlenkspiegels auf den Achromaten gelenkt und im Messvolumen fokussiert. Zur Justage der Empfangsoptik wird gleichzeitig ein Justierstrahl ausgekoppelt, der den Weg des zu erwartenden LITA-Signals imitiert. Vor dem eigentlichen Messvorgang wird der hierfür verwendete Strahlteiler wieder entfernt. Der Probestrahl ist gegenüber der Ebene der Pumpstrahlen geneigt, sodass das Messvolumen eine dreidimensionale BOXCAR-Geometrie darstellt (ECKBRETH, 1988).

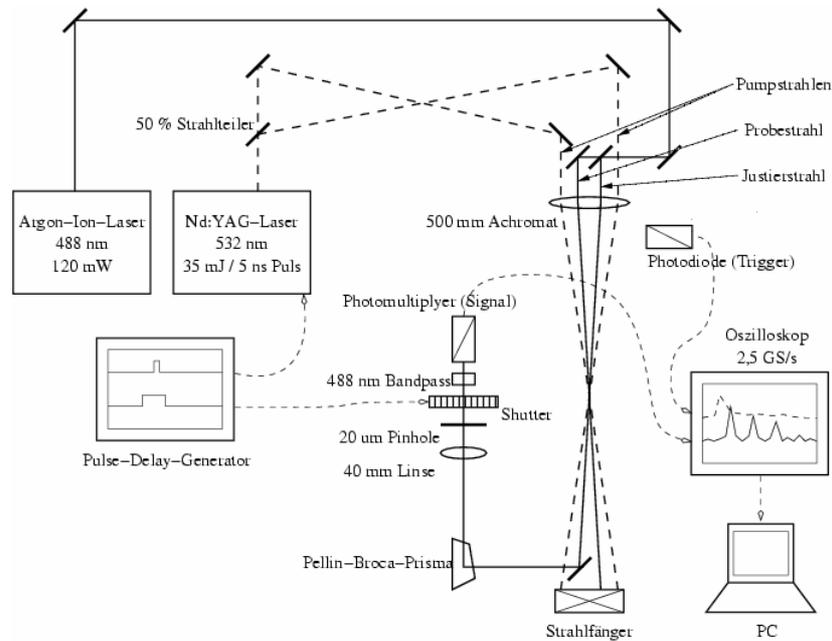


Abb. 5: Experimentelles Setup der LITA-Messtechnik

Die Empfangsoptik besteht aus den Komponenten zur Trennung von Signal und Streulicht. Dafür wird ein PELLIN-BROCA-Prisma eingesetzt. Anschließend wird der Signalstrahl durch einem Raumfilter (bestehend aus einer Linse der Brennweite von 40 mm und einem 20 μm Pinhole) und einen optischen Bandpass (488 nm) gefiltert. Die primäre Datenerfassung erfolgt mit Hilfe eines empfindlichen Photomultipliers (Hamamatsu H-6780 MOD) und eines digitalen Oszilloskops (Tektronix TDS 3034 B, max. 2,5 GS/s). Zur zeitlichen Synchronisation des Nd:YAG-Lasers und des zur Abschirmung der Empfangsoptik eingesetzten mechanischen Shuttters (Uniblitz VS 25) wird ein Puls-Delay-Generator (BNC Model 565) verwendet. Die Datenerfassung des Oszilloskops wird mit Hilfe einer Photodiode getriggert.

Der optische Aufbau wird für erste Messungen in Raumluft verwendet und im Rahmen weiterer Arbeiten optimiert.

Dankesworte

Die Studie entstand im Rahmen einer Diplomarbeit in Kooperation der Universität Rostock und der Robert Bosch GmbH Stuttgart. Für die Unterstützung seitens der Universität und der Firma Bosch sei an dieser Stelle gedankt.

Literatur

- Cummings E. B., Leyva I. A. und Hornung H. G., 1995: Laser-induced thermal acoustics (LITA) signals from finite beams. *APPLIED OPTICS* **34(18)**: 3290-3302
- Alderfer D. W., Herring G. C., Danehy P. M., Mizukaki T. und Takayama K., 2005: Submicrosecond temperature measurement in liquid water with laser-induced thermal acoustics. *APPLIED OPTICS* **44(14)**: 2818-2826
- Bäni W., 2005: *Wavelets*. Oldenbourg, 2. Aufl.
- Torrence C. und Compo G. P., 1998: A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society* **79(1)**: 61-78
- Boyd R. W., 1992: *Nonlinear Optics*. Academic Press, San Diego, Calif.
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. und Flannery B. P., 1995: *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, 2. Aufl.
- Eckbreth A. C., 1988: *Laser Diagnostics for Combustion Species and Temperature*. Abacus, Cambridge, Mass.