

EIN EXPERIMENT ZUR LEVITATION UND ZUR BESCHLEUNIGUNG VON TRÖPFCHEN IN LASERLICHT

F.Peters¹, A. Graßmann²

¹Ruhr-Universität Bochum, Strömungslehre IB 6/44, 44780 Bochum, e-mail: peters@lstm.rub.de

²Siemens AG Power Generation, 45473 Mülheim

Tröpfchen, Thermophorese, Photophorese, Lichtdruck,

Einleitung

Die grundlegende Arbeit zur Berechnung der Kraft von Licht auf ein Teilchen (Lichtdruck) stammt von Debye (Debye 1909). Sie ist im Zusammenhang mit der grundlegenden Arbeit zur Streuung von Mie aus dem Jahre davor zu sehen (Mie 1908). Die erste experimentelle Arbeit zur Demonstration des Lichtdrucks stammt von Ashkin aus dem Jahre 1970 (Ashkin 1970). Lichtdruckexperimente der letzten zwei Jahrzehnte sind zahlreich. Sie drehen sich meistens darum ein einzelnes Partikel durch den Lichtdruck gegen die Schwerkraft in eine stabile Lage zu bringen (Lichtfalle), um dann an dem Partikel Beobachtungen machen zu können (Davis and Schweiger 2002). Üblicherweise ist es erforderlich zur Herstellung des Lichtdrucks einen Laser (oft Ar-Laser) zu fokussieren („Gradientenfalle“). Große praktische Probleme bestehen in der Bereitstellung vereinzelter μm -Partikel (oder kleiner). Wir haben ein einfaches Experiment gemacht, um das generelle Verhalten von Wassertröpfchen (im μm -Bereich) in einem reflektierten, aber nicht fokussierten Laserstrahl zu beobachten und die Wirkung des Lichtdrucks sowie der Thermo- und Photophorese abzuschätzen.

Experiment

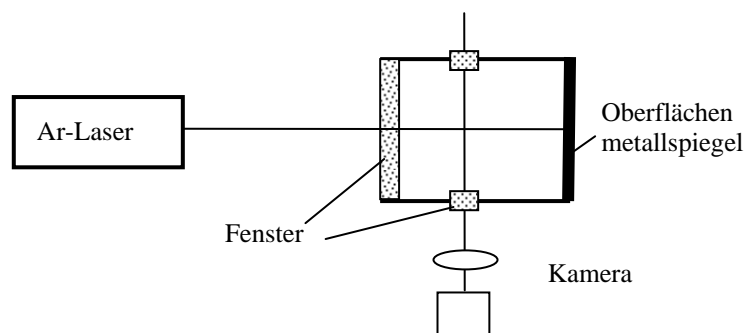


Abb.1:Experimenteller Aufbau, horizontaler Schnitt

Gemäß Abb.1 wird ein horizontaler Ar-Laser an einem Oberflächenspiegel reflektiert, so daß ein Überlappungsbereich zweier gegenläufiger Strahlen in vertikaler Ebene besteht. Der Trennwinkel liegt bei 1.4° . Die Kammer besitzt seitlich kleine Fenster (\varnothing 6mm), durch die mittels eines vergrößernden Objektivs und einer CCD-Kamera ein Ausschnitt der gegenläufigen Laserstrahlen beobachtet werden kann, der etwa 2.5mm hoch ist.

Vor einem Versuch wird die Kammer evakuiert. Dann wird sie mit Umgebungsluft auf etwa 250 mbar gefüllt. Bei diesem Expansionsprozeß gerät der Wasserdampf der Luft in den übersättigten Zustand, wo er Kondensationskeime bildet, die zu Tröpfchen im μm -Bereich

23.2

anwachsen (Graßmann and Peters 2002). Da das expandierte Gas kälter ist als die Wände der Kammer (Umgebungstemperatur), setzt sofort nach der Expansion eine nach oben gerichtete Konvektionsströmung ein, die die Tröpfchen durch den Laserstrahl transportiert. Abb.2 zeigt eine Einzelaufnahme, in der Striche und helle Punkte auffallen. Die Filmaufnahme (s.Vortrag bzw. <http://www.lstm.rub.de/bilder/filme/levi.mpg>) zeigt, daß die Striche zu beschleunigten Tröpfchen gehören und die hellen Punkte levitierte Tröpfchen zeigen. Diese beiden Beobachtungen sollen unter den gegebenen experimentellen Bedingungen erklärt werden. Dazu sind die Begriffe Thermophorese, Photophorese und Lichtdruck gegeneinander abzugrenzen.



Abb.2: Momentanaufnahme levitierter und bewegter Tröpfchen

Abschätzung der thermophoretischen Kraft

Mit Hilfe der kinetischen Gastheorie läßt sich die Kraft abschätzen, die auf ein Tröpfchen wirkt, das sich im Temperaturgradienten eines Gases befindet. Die Zustandsgleichung idealer Gase lautet mit dem Druck p , der Temperatur T , der Zahl der Moleküle pro Volumen n und der Boltzmann Konstante k

$$p = nkT. \quad (1)$$

Die mittlere freie Weglänge ℓ

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_m^2 n} \quad (2)$$

in einem Gas ist die Strecke zwischen zwei Stößen eines Moleküls. Sie hängt von n und dem Durchmesser d_m der Gasmoleküle ab. Ersetzt man n in Gl.(1) durch Gl.(2) und multipliziert (den Druck) mit der Projektionsfläche des Tröpfchens $d^2\pi/4$, so entsteht die einseitig wirkende Kraft F

$$F = \frac{kd^2}{\sqrt{2} 4 d_m^2 \ell} T \quad (3)$$

Der Durchmesser der Luftmoleküle d_m beträgt im Mittel $d_m = 3.2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Bei atmosphärischem Druck ist $\ell = 0.9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. In der Literatur wird d_m häufig aus einer meßbaren Eigenschaft wie der Wärmeleitfähigkeit λ berechnet

$$\lambda = \frac{25}{32} \frac{\sqrt{mkT}}{\sqrt{\pi}} \frac{f k}{d_m^2 2m}, \quad (4)$$

in der m die molekulare Masse und f die Zahl der translatorischen Freiheitsgrade eines Moleküls bedeutet ($f=3$).

Gl.(3) gibt die Normalkraft auf eine Fläche an, wenn d_m , T und ℓ bekannt sind. Man beachte, daß die Kraft nicht proportional zu T ist, weil T/ℓ ein fester Wert bei gegebenem Druck ist. Liegt also ein Temperaturgradient bei konstantem Druck vor, wie das im Kontinuum gewöhnlich der Fall ist, so sind die thermophoretischen Kräfte beidseitig gleich.

Der Fall liegt ganz anders, wenn das Tröpfchen in die Größenordnung der mittleren freien Weglänge kommt. Dann nämlich kann man nicht mehr von unterschiedlichen Weglängen beidseitig des Tröpfchens sprechen, wohl aber von verschiedenen Temperaturen der Stoßpartner. Die Temperaturänderung über eine mittlere freie Weglänge hinweg kann dann als Gradient ausgedrückt werden und man erhält für die Kraftdifferenz

$$\Delta F = \frac{kd^2}{\sqrt{2}} \frac{dT}{4 d_m^2 dx}. \quad (5)$$

Angenommen man möchte also ein Wassertröpfchen mit $d=1\mu\text{m}$ in Luft levitieren, dann muß die Kraft dividiert durch Tröpfchenmasse und Erdbeschleunigung g eins ergeben. Das wäre der Fall bei einem Temperaturgradienten von 0.2K/mm . Um Durchmesser und mittlere freie Weglänge von etwa gleicher Größe zu haben (die Knudsenzahl $Kn = \ell/d \approx 1$) müßte der Luftdruck auf $1/10$ bar abgesenkt werden.

Die Knudsenzahlabhängigkeit der Gl.(5) erfordert weiterführende Theorie (s.Davis and Schweiger 2002)

Vorbereitend auf die Abschätzung der photophoretischen Wirkung interpretieren wir die Kraft als Impulsumkehr der Gasmoleküle. Wir erweitern dazu Gl.(1) wie folgt

$$F = \frac{nkT}{\sqrt{2\pi mkT}} \sqrt{\frac{\pi}{6}} 2m \sqrt{3kT/m} \frac{d^2 \pi}{4} \quad (6)$$

Der erste Bruch der rechten Seite ist die Frequenz, mit der Gasmoleküle normal auf eine Einheitsfläche treffen. Die Wurzel $\sqrt{3kT/m}$ gibt die Geschwindigkeit der mittleren kinetischen Energie der Moleküle an. Diese Geschwindigkeit mal $2m$ entspricht der mittleren Impulsumkehr der Moleküle. Multipliziert mit der Fläche ergibt sich letztlich die Kraft. Der Faktor $\sqrt{\pi/6}$ kommt ins Spiel, weil die Impulsumkehr als Mittelwert geschrieben und nicht über die statistische Geschwindigkeitsverteilung integriert wurde.

Abschätzung der photophoretischen Kraft

In diesem Fall sprechen wir von Tröpfchen mit Durchmessern deutlich größer als die mittlere freie Weglänge, z.B. $10\mu\text{m}$, wo Thermophorese unbedeutend wird. Es kann aber durch Licht zu einer Gradientenwirkung der Thermophorese kommen, die man Photophorese nennt. Abb.3 zeigt die Konzentration von einfallendem Licht im hinteren Teil des Tröpfchens durch Einschnürung und Reflexion. In diesem Bereich nimmt das Wasser mehr Wärme auf als im übrigen Bereich („hot spot“), wodurch eine, wenn auch kleine, Temperaturerhöhung denkbar ist. Die dort auftreffenden Gasmoleküle nehmen Energie auf und werden mit erhöhtem Impuls zurückgeworfen. Damit ist die beidseitige Impulsbilanz nicht mehr ausgeglichen mit der Folge einer resultierenden Kraft von dem Gas auf das Tröpfchen entgegen (!) der Lichtausbreitungsrichtung.

23.4

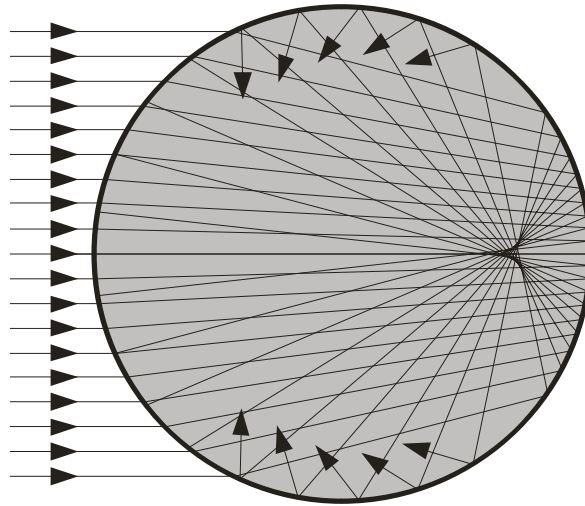


Abb.3: Strahlverlauf innerhalb eines Tröpfchens zur Demonstration der Strahlkonzentration

Auf der lichtzugewandten Seite mit der Umgebungstemperatur (T_∞) entspricht, wie oben erläutert, die thermophoretische Kraft der Impulsumkehr $2m\sqrt{3kT/m}$. Wenn die andere Seite um die Temperatur ΔT aufgeheizt wird, dann ist die Impulsumkehr dort

$$\sqrt{3mkT_\infty} + \sqrt{3mk(T_\infty + \Delta T)}. \quad (7)$$

Die Kraftdifferenz zwischen den Seiten ist dann

$$\Delta F = \frac{nkT_\infty}{\sqrt{2\pi mkT_\infty}} \frac{d^2\pi}{4} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{6}} \left(\sqrt{3mkT_\infty} + \sqrt{3mk(T_\infty + \Delta T)} - 2\sqrt{3mkT_\infty} \right)$$

$$\Delta F = \frac{nkT_\infty d^2\pi}{8} \left(\sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T_\infty}} - 1 \right). \quad (8)$$

Diese resultierende Kraft ist dem Licht zugewandt, das Tröpfchen wandert also dem Licht entgegen. Skaliert man die Kraft mit der Tröpfchenmasse m_T mal g und setzt für nkT wieder den Gasdruck, so

$$\frac{\Delta F}{m_T g} = \frac{3p}{4d g \rho_T} \left(\sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T_\infty}} - 1 \right). \quad (9)$$

Ein Wassertröpfchen von $10\mu\text{m}$ befindet sich bei $p=250\text{mbar}$ demnach bereits im Schwerkraftgleichgewicht, wenn die Temperatur auf der lichtabgewandten Seite um lediglich $3/1000$ K erhöht ist. Man hat es also hier mit einem sehr starken Effekt zu tun.

Abschätzung des Lichtdrucks auf ein Wassertröpfchen

Die Wechselwirkung eines elektromagnetischen Feldes mit Materie wird in ihrer Vielfalt durch die Maxwell'schen Gleichungen beschrieben, die die Wirkung von Kräften einschließen. Im Falle der Wechselwirkung von Licht mit einem Tröpfchen entsteht auch eine Kraft, deren Größe abgeschätzt werden soll. Dazu bietet es sich an, Licht als Photonenstrom anzusehen und dem Photon eine Masse m_p zuzuordnen, die, multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit, den Impuls $m_p c$ darstellt. Diese zugeordnete Masse bestimmt sich aus dem

Einsteinschen Äquivalent zwischen Masse und Energie (die Ruhemasse des Photons ist null),

$$m_p = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (10)$$

Ein Strahl von Photonen (Abb.4) treffe auf ein Tröpfchen des Durchmessers d . Der Impulsstrom (Impuls/Zeit), der innerhalb des Strahls durch die Fläche $A = d^2\pi/4$ tritt, ergibt sich folgendermaßen. Man multipliziert den Impuls/Photon mit der Zahl N der Photonen/Volumen und dem Volumenstrom Ac , dann

$$\text{Impulsstrom} = \frac{h\nu}{c} N A c = h\nu N A. \quad (11)$$

Das Produkt $(h\nu N)$ ist aber die Energiedichte im Strahl. Der Strahl dieser Energiedichte, bewegt mit c , besitzt eine Lichtleistung/Fläche, die Intensität I_L (Laserintensität) heißt. Der Impulsstrom ist also, nach Erweiterung mit c

$$\text{Impulsstrom} = \frac{I_L d^2\pi}{c 4}. \quad (12)$$

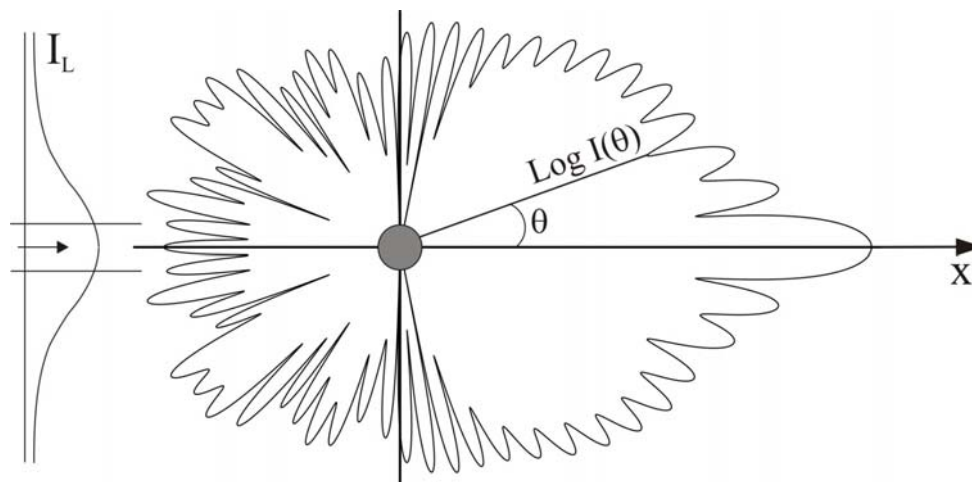


Abb.4: Intensitätsverteilung um ein $d=5\mu\text{m}$ -Wassertröpfchens in logarithmischer Auftragung

Ganz nach den Regeln des Impulssatzes bleibt der Impulsstrom erhalten, wenn keine Kraft vom Tröpfchen gegen das Licht wirkt. Wirkt eine Kraft, so entspricht sie der Änderung des Impulsstroms in Lichtrichtung. Die maximal mögliche Kraft F_{max} entstünde, wenn der Impulsstrom gänzlich aufgezehrt würde

$$F_{\text{max}} = \frac{I_L d^2\pi}{c 4}. \quad (13)$$

Die effektiv wirkende Kraft kann ermittelt werden, indem der Impulsstrom des austretenden Lichtes in Strahlrichtung aufintegriert wird und vom eintretenden Impulsstrom abgezogen wird. Dazu müsste die Intensität des austretenden Lichtes nach der Mie-Theorie (Mie 1908) benutzt werden

23.6

$$\frac{I(\theta, D)}{I_L} = \left(\frac{\lambda}{2\pi D} \right)^2 T(\theta, d). \quad (14)$$

Die dimensionslose Mie-Funktion T hängt neben θ und d auch noch von der Wellenlänge λ , dem Brechungsindex n und der Polarisationsrichtung ab. Wir beziehen uns auf ein Wassertropfenchen in Luft mit $n=1.33$ und $\lambda=514.5\text{nm}$. Die Polarisationsrichtung spielt hier eine untergeordnete Rolle. D ist der Abstand zum Tropfenchen. Zu Abschätzungszwecken machen wir uns den Tatbestand zunutze, daß die Mie-Funktion im Bereich der ersten Maxima sehr gut mit der Beugungstheorie übereinstimmt, die durch die Funktion

$$B(\theta) = \left[\frac{2 J_1\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^2 \quad (15)$$

gegeben ist, wobei $B(\theta=0)=1$. Normiert man diese Funktion auf die Mie-Funktion $T(\theta=0, d)$ bei $\theta=0$, so lautet Gl.(14)

$$\frac{I(\theta, D)}{I_L} = \left(\frac{\lambda}{2\pi D} \right)^2 T(\theta=0, d) \left[\frac{2 J_1\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^2. \quad (16)$$

Der Impulsstrom, der in x -Richtung durch einen infinitesimalen Flächenring tritt, entspricht der Teilkraft dF , bzw. ihrem Integral

$$dF = \frac{I(\theta, D)}{c} 2\pi D^2 \sin \theta \cos \theta d\theta, \quad (17)$$

$$F(\theta) = \frac{I_L \lambda^2 T(\theta=0, d)}{2\pi c} \int_0^\theta \left[\frac{2 J_1\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^2 \sin \theta \cos \theta d\theta. \quad (18)$$

Das Integral erscheint in Abb.5 für verschiedene d . Es steigt auf ein Plateau, wo es nur noch langsam weiterwächst. Dafür gibt es zwei Gründe. Erstens überragt die Intensität der Vorwärtsstreuung den Rest um Größenordnungen (Abb.4) und zweitens wirkt sich der die x -Richtung selektierende $\cos\theta$ erheblich aus. Beides zusammen besagt, daß der austretende x -Impuls im wesentlichen in der Vorwärtsstreuung zu finden ist, wodurch sich die Gleichung (18) zu Abschätzungszwecken eignet. Die Überlegungen versagen zunehmend mit kleiner werdendem Tropfenchen, weil der Unterschied zwischen Vorwärtsstreuung und dem Rest schrumpft. Dort schließt sich eine analytische Lösung auf Basis der Rayleigh-Streuung an, die in Davis and Schweiger (2002) angegeben wird.

Die durch den Impulsverlust effektiv wirkende Kraft relativ zur Schwerkraft berechnet sich dann aus

$$\frac{F_{\max} - F(\theta)}{mg} = \frac{I_L}{c} \frac{3}{2\rho_w d g} \left(1 - 2\left(\frac{\lambda}{\pi d}\right)^2 T(\theta=0, d) \int_0^\theta \left[\frac{2 J_1\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta} \right]^2 \sin \theta \cos \theta d\theta \right) \quad (19)$$

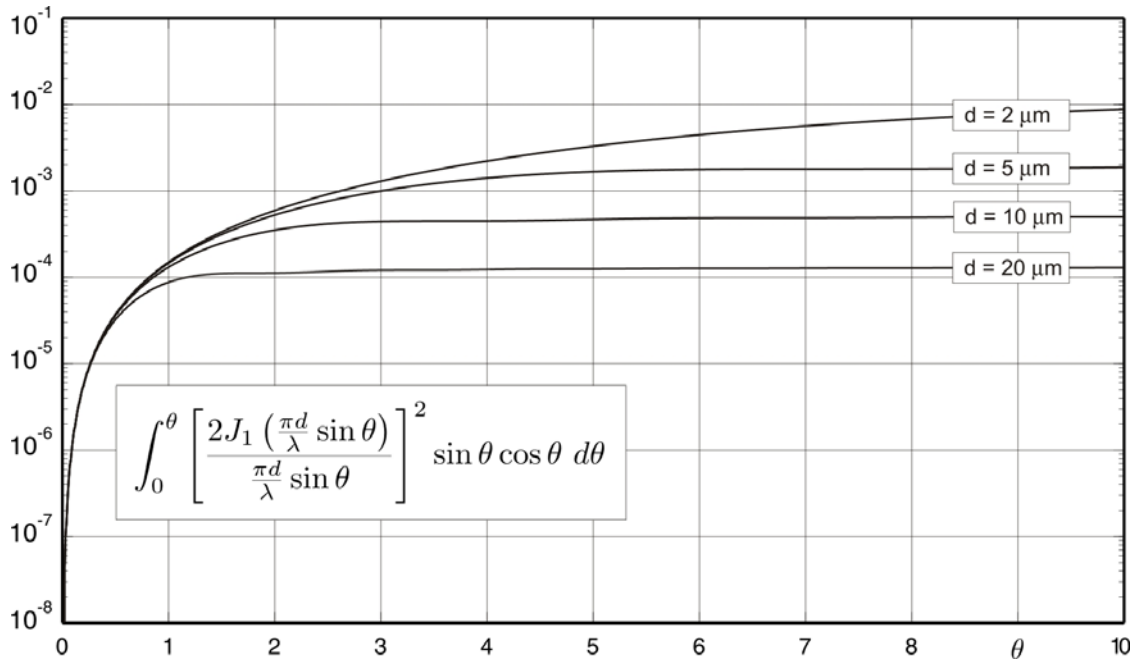


Abb.5: Das Flächenintegral der Beugungsintensität aufgetragen über dem Streuwinkel θ

Tab.1 zeigt, daß der Lichtdruck ein μm -Tröpfchen levitieren könnte, größere nicht. Schon zwischen 5 und 10 μm sinkt die Kraft auf null, dann ist das durchgehende, gebeugte Licht in der Größenordnung des einfallenden Lichtes. In diesem Fall hilft auch die Erhöhung von I_L nicht. In Lichtfallen wird der Laser fokussiert, wodurch das Tröpfchen in einen Intensitätsgradienten gebracht wird, der die Impulsausbeute steigert. Auf diese Weise erzielt man die Levitation von 20 μm Tröpfchen und größer.

d(μm)	1	2	5	10	20
I_L (Watt/m ²)	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$
$T_0(\theta=0)$	$1.3 \cdot 10^3$	$4.8 \cdot 10^3$	$2.2 \cdot 10^5$	$3.9 \cdot 10^6$	$6.2 \cdot 10^7$
Integral	-	$9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$13 \cdot 10^{-5}$
F_{max}/mg (%)	102	51	20	10	5
$(F_{\text{max}}-F(\theta))/\text{mg}$ (%)		22	1	-	-

Tab.1: Die maximale sowie die effektive Lichtkraft bezogen auf die Schwerkraft eines Tröpfchens.

$$\lambda=514.5\text{nm}; n=1.33; \rho_w=1000\text{kg/m}^3.$$

Soweit wurde das Tröpfchen im Zentrum der Gaußverteilung der Laserintensität betrachtet. Bewegt sich das Tröpfchen aus dem Zentrum heraus, so erfährt es aus der Unsymmetrie der Anstrahlung eine rückstellende, lagestabilisierende Kraft. Hierfür gibt es zwei maßgebliche Gründe, die sich in diesem Rahmen allerdings nicht quantifizieren lassen. (i) Geometrisch optisch werden die Strahlen 1. Ordnung (ein Durchgang), die auf der Rückseite des Tröpfchens austreten, zur Achse hin abgelenkt. Beide Seiten erzeugen somit eine Reaktionskraft auf das Tröpfchen, die von der Achse wegzeigt. Die daraus resultierende Kraft weist zur Seite der höheren Intensität. (ii) Die Strahlen, die einmal innerhalb reflektiert werden und somit 2.Ordnung sind, landen jeweils auf der gegenüberliegenden Seite, wo sie zu Teil austreten. Durch den Tausch der Seiten fällt auch hier das Kraftresultat wieder zugunsten der Seite der höheren Intensität aus.

Interpretation des experimentellen Befundes

Da die Tröpfchen im μm -Bereich liegen, kommt Thermophorese nicht zur Wirkung. Auch die Kraft des Laserlichtes in Strahlrichtung wird nahezu verschwinden. Die erheblichen Beschleunigungen einiger Tröpfchen führen wir auf Photophorese zurück, die als starker Effekt identifiziert wurde. Da die Laserstrahlen in beide Richtungen weisen, kann der Effekt in beide Richtungen auftreten, was auch beobachtet wird. Dabei wird die minimale Aufheizung der Tröpfchen möglicherweise durch in die Tröpfchen eingetragene Aerosole unterstützt.

Von den den Strahlen „angebotenen“ Tröpfchen werden einige zu den Seiten beschleunigt, einige durchdringen die Strahlen nach oben und wenige werden ortsfest „gefangen“, und zwar vornehmlich im oberen Strahlbereich. Die Schwerkraft dieser Tröpfchen wird durch die konvektive Aufwärtsströmung überwunden, wodurch sie aufsteigen. Durch den oben beschriebenen Effekt der seitlichen Reaktionskraft werden sie im unteren Strahlbereich zusätzlich gehoben während sie im oberen Strahlbereich eine Abwärtskraft zur Strahlmitte hin erfahren. Das sich einstellende Gleichgewicht gelingt wahrscheinlich nur mit bestimmten Größen. Offenbar tritt der photophoretische Beschleunigung zur Seite an den „oben levitierten“ Tröpfchen nicht auf.

Schluß

Dieses einfache Experiment zeigt bemerkenswerte Verhaltensweisen von kleinen Tröpfchen in einem in sich reflektierten, nicht fokussierten Laserstrahl. Die in Frage kommenden Mechanismen wurden identifiziert und abgeschätzt. Quantitative Untersuchungen sind notwendig, um die Bedeutung der Phänomene in strömungsmechanischen Vorgängen und hinsichtlich des Zukunftsthemas der optischen Manipulation von kleinen Teilchen („Optische Pinzette“) zu untersuchen.

Literatur

- Debye, P., 1909: Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material, *Annalen der Physik*, 335(11), pp.57-137
 Mie, G., 1908: Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen, 25(3), pp.378-447
 Ashkin, A., 1970: Acceleration and trapping of particles by radiation pressure, *Physical Review Letters*, 24(4)
 Davis, E.J., Schweiger, G., 2002: *The Airborne Microparticle*, Springer
 Graßmann, A., Peters, F., 2002: Homogeneous nucleation rates of n-propanol in nitrogen measured in a piston-expansion tube, *J.Chem.Phys.*, 116(17), pp. 7617-7620