

## EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG ZWEI- UND DREIDIMENSIONALER STRÖMUNGEN IN EINEM ZWEISEITIG ANGETRIEBENEN RECHTECKBEHÄLTER

### EXPERIMENTS ON TWO- AND THREE-DIMENSIONAL FLOWS IN A TWO-SIDED LID-DRIVEN-CAVITY

**T. Siegmann-Hegerfeld, S. Albensoeder und H. C. Kuhlmann**

TU Wien, Inst. für Strömungsmechanik und Wärmeübertragung, Resselgasse 3, 1040 Wien, Österreich, Tel.: 0043 1 58801 32255

Strömungsmechanik, Instabilität, Behälterströmung  
Fluid mechanics, instability, cavity flow

#### Zusammenfassung

Die primäre Instabilität der zweidimensionalen Strömung in einem geschlossenen und nahezu rechteckigen Behälter mit quadratischem Querschnitt (Aspektverhältnis  $\Gamma = 1$ ) wird experimentell untersucht. Wir betrachten den Fall, dass die Strömung durch eine tangentielle und parallele Bewegung zweier gegenüberliegender Wände mit identischer Geschwindigkeit angetrieben wird. Wir finden eine dreidimensionale Instabilität aus welcher die sogenannte  $C^P$ -Mode hervorgeht. Neben der Visualisierung der  $C^P$ -Mode werden quantitative LDA-Messungen von Geschwindigkeitsprofilen präsentiert. Außerdem wird die Bifurkation der  $C^P$ -Mode gemessen und mit numerischen Vorhersagen verglichen. Die visuellen und quantitativen experimentellen Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den numerischen Daten, wenn die Abhängigkeit der Wellenlänge der superkritischen  $C^P$ -Mode von der kritischen Reynoldszahl berücksichtigt wird.

#### Einleitung

Aufgrund seiner einfachen Geometrie stellt der Rechteckbehälter ein sowohl numerisch als auch experimentell besonders attraktives System dar, um die Grundlagen der Dynamik von Wirbeln zu erforschen. Ziel der Untersuchungen ist ein besseres physikalisches Verständnis der Instabilitätsmechanismen bis hin zum Übergang zur Turbulenz. Behälterströmungen sind für verschiedene technische Anwendungen von Bedeutung, zum Beispiel in der Trocknungs- oder der Beschichtungstechnologie (siehe Aidun et al. 1997). Außerdem findet das Thema als dreidimensionales *Benchmark-System* für numerische Berechnungen wachsende Bedeutung. Die Validierung numerischer Daten ist daher ebenfalls von Interesse.

Einen umfassenden Überblick über das Thema „Strömungsmechanik im angetriebenen Rechteckbehälter“ geben Shankar et al. 2000. Die vorliegende Arbeit steht in engem Zusammenhang mit neueren numerischen Arbeiten von Albensoeder und Kuhlmann (siehe Albensoeder 2005, Albensoeder et al. 2002a und 2002b und 2003, Kuhlmann et al. 2003 und 2005) und mit den experimentellen Arbeiten von Kuhlmann et al. 2005, Blohm et al. 2001 und Blohm et al. 2002.

## 6.2

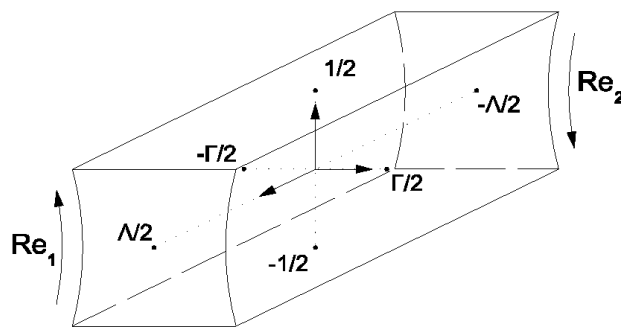


Abb. 1: Geometrie des Cavity

Im untersuchten System wird die Strömung durch die tangentielle Bewegung zweier gegenüberliegender Wände angetrieben. Die bewegten Wände werden im experimentellen Aufbau durch Zylinder großer Radien realisiert. Von Interesse sind die primären Strömungsinstabilitäten für den einseitigen, den parallelen und den antiparallelen Antrieb. Sie werden unter Variation der Reynoldszahlen von  $-1200$  bis  $1200$  für Aspektverhältnis  $\Gamma = 1$  (Abstand der bewegten Wände zur Höhe des Behälters) untersucht. Das Spanverhältnis (Längen-zu-Höhenverhältnis) ist mit  $\Lambda > 10$  im Gegensatz zu vorherigen Untersuchungen besonders groß. LDA und PIV Messungen werden zur Ermittlung quantitativer Daten durchgeführt. Außerdem werden qualitative Ergebnisse aus visuellen Untersuchungen gewonnen. In Abhängigkeit von der Bewegungsrichtung der Wände und der Stärke des Antriebs werden quasi-zweidimensionale, sowie stationäre und zeitabhängige dreidimensionale Strömungsstrukturen realisiert und analysiert. Es werden vier unterschiedliche Strömungsmuster (Moden) beobachtet, wobei hier nur auf eine dieser Moden eingegangen werden kann. Es handelt sich dabei um die stationäre Mode, die  $C^p$  genannt wird (siehe Albensoeder 2004 und Albensoeder et al. 2002b). Sie ist bei parallelem Antrieb stabil.

### Experimentaufbau

Die Geometrie des eigentlichen Rechteckbehälters ist in Abbildung 1 dargestellt. Durch den Krümmungsradius der Walzen unterscheidet sich die Geometrie des Experiments von der numerischen Geometrie, bei der die Wände eben sind. Im Gegensatz zum endlichen Behälter im experimentellen Aufbau werden zudem bei den numerischen Rechnungen, die zum Vergleich herangezogen werden, periodische Randbedingungen angenommen. Dimensionslose Kennzahlen im untersuchten System sind zwei Reynoldszahlen  $Re_{1,2} = hV_{1,2}(T)/\nu(T)$ , die mit den Wandgeschwindigkeiten  $V_{1,2}$  und der Höhe  $h$  des Behälters (Cavity) gebildet werden. Beim parallelen Antrieb bewegen sich die beiden Wände in die selbe Richtung ( $Re_1 \cdot Re_2 < 0$ ). Symmetrischer Antrieb bedeutet, dass die Reynoldszahlen betragsgleich sind ( $|Re_1| = |Re_2|$ ). Im Folgenden wird die Notation  $Re^p = -Re_1 = Re_2$  verwendet. Durch den Bezug auf die Höhe  $h$  des Cavity werden die Höhe, die Länge  $l$  sowie die Breite  $d$  entdimensionalisiert. Das Verhältnis der Breite zur Höhe wird Aspektverhältnis  $\Gamma$  genannt  $\Gamma = d/h$  und das Verhältnis der Länge zur Höhe des Cavity ist das Spanverhältnis  $\Lambda$  ( $\Lambda = l/h$ ). Die hier vorgestellten quantitativen Ergebnisse beziehen sich auf das untersuchte Aspektverhältnis  $\Gamma = 1 \pm 0.01$  bei einem Spanverhältnis von  $\Lambda = 10.88 \pm 0.05$ .

Die Realisierung des Rechteckbehälters im experimentellen Aufbau ist in der Abbildung 2 nicht maßstabgetreu schematisch dargestellt. Das eigentliche Cavity (3) befindet sich in einem äußeren Gehäuse (4). Die seitlichen Begrenzungen werden von den Walzen (1 und 2) mit dem Radius  $r = 135$  mm und zwei festen Seitenfenstern gebildet. Der Einsatz, bestehend

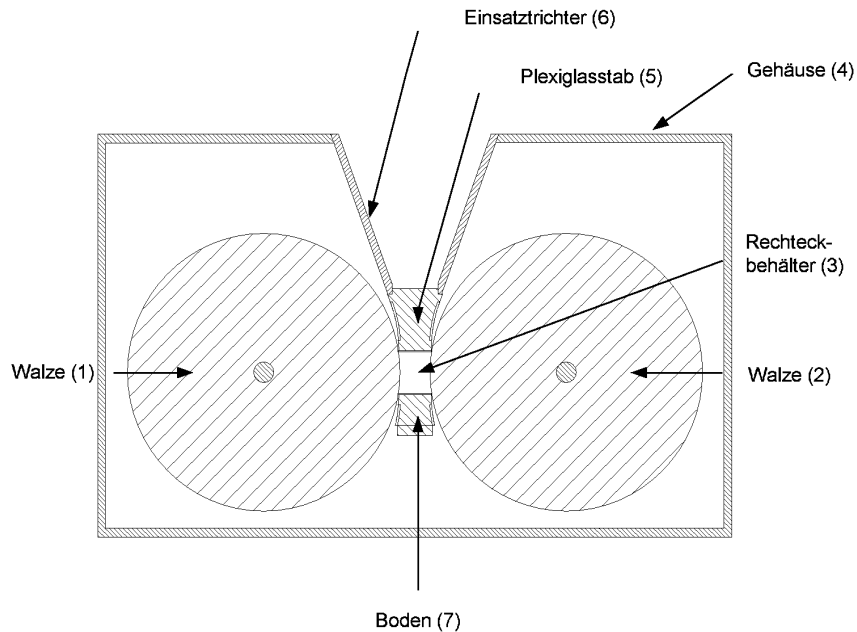


Abb. 2: Schematischer Experimentaufbau als Schnittdarstellung  $z = \text{konst.}$

aus Einsatztrichter (6) und Plexiglasstab (5) schließt das Cavity nach oben ab. Der Boden (7) bildet die untere Begrenzung. Einsatz und Seitenfenster bestehen aus Plexiglas, um die Untersuchungen zu ermöglichen. Das Gehäuse ist mit ca. 62.3 Litern Baysilone-Öl M20 (Bayer) gefüllt, so dass die Walzen vollständig von Öl umgeben sind. Die Reynoldszahlen der angetriebenen Wände werden über ein Steuerprogramm variiert. Sie werden konstant gehalten, indem die Temperaturabhängigkeit der Viskosität berücksichtigt wird. Zwei PT100 Thermoelemente messen die Temperatur, die über 60 Sekunden gemittelt wird. Das Steuerprogramm errechnet die Viskosität in Abhängigkeit von der gemittelten Temperatur und passt die Reynoldszahlen entsprechend an. Oberhalb des Experimentaufbaus können wahlweise verschiedene Kameras oder die LDA-Sende- und Empfängereinheit installiert werden, die mit einer gesteuerten Traverse verbunden sind. Für die visuellen Untersuchungen wird eine Weißlichtquelle verwendet, deren Strahlen über Linsen bzw. Spaltoptiken zu einem Lichtschnitt geformt werden. Für die Dokumentation steht eine Nikon D70 Spiegelreflex-Digitalkamera zur Verfügung. Der Strömung werden zur Visualisierung Aluminiumpartikel der Firma Merck zugesetzt. Die Partikel sind unregelmäßig, plättchenförmig geformt und weisen Höhen im Bereich von 10 bis 15  $\mu\text{m}$  auf. Ihre Breiten und Längenmaße können bis zu 180  $\mu\text{m}$  betragen. Die Dichte beträgt  $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$ . Für die quantitativen Untersuchungen wird ein Fiber-Flow 2D-Laser-Doppler-Anemometer System der Firma DANTEC Dynamics verwendet. Bei dem Laser handelt es sich um einen Argon-Ionen-Laser Model 5500 A. Die Messungen werden mit einem Strahl der Wellenlänge  $\lambda = 514.5 \text{ nm}$  durchgeführt. Als Tracerpartikel werden weiße Glaskugeln (Potters hollow Spherical 110P8CP00) mit einem Nenndurchmesser von 11  $\mu\text{m}$  und einer Dichte von  $\rho = 1.1 \text{ g/cm}^3$  verwendet.

## Ergebnisse

Die im Folgenden vorgestellten Ergebnisse erweitern die Ergebnisse aus Siegmann-Hegerfeld et al. 2005 und beziehen sich ausnahmslos auf den parallelen symmetrischen Antrieb beim Aspektverhältnis  $\Gamma = 1$ . Die stabile Grundströmung im Cavity ist bis zu einer kritischen Grenze quasi-zweidimensional. Die Bezeichnung quasi-zweidimensional wird gewählt, weil durch die Begrenzung des Systems durch feste Wände in  $z$ -Richtung geringe

## 6.4

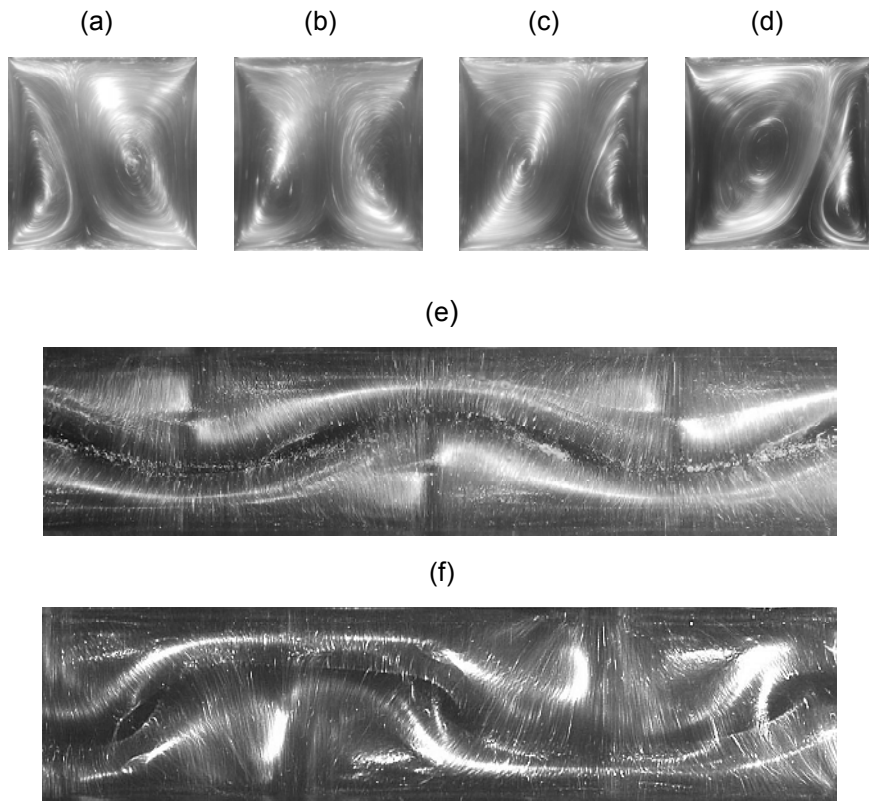


Abb. 3: Fotos der  $C^P$ -Mode. (a,b,c,e)  $Re^p = 250$ , (d,f)  $Re^p = 400$ . (a-d) zeigen die  $(x,y)$ -Ebene, die angetriebenen Wände befinden sich links und rechts und bewegen sich nach unten. (e) und (f) zeigen die  $(x,z)$ -Ansicht, die angetriebenen Wände befinden sich oben und unten im Bild und bewegen in die Bildebene hinein. Die Positionen der Lichtschnitte sind (a)  $z = z_0$  (Zentrum des Bildes in  $z$ -Richtung), (b)  $z = z_0 + \lambda/4$ , (c)  $z = z_0 + \lambda/2$ , (d)  $z = z_0 + \lambda/4$

dreidimensionale Strömungsanteile (siehe Bödewadt 1940) induziert werden. Beim parallelen Antrieb besteht diese Grundströmung aus zwei korotierenden Wirbeln mit gegensätzlichem Drehsinn. Bei einer Erhöhung der Reynoldszahlen über die kritischen Reynoldszahlen hinaus werden diese Hauptwirbel räumlich periodisch in  $z$ -Richtung deformiert. Die Verschiebung der Zentren der beiden Wirbel ist um eine halbe Wellenlänge verschoben. Diese primäre Instabilität tritt experimentell bei einer kritischen Reynoldszahl von  $Re^p = 208 \pm 10$  auf. Die Wellenlänge der kritischen Mode beträgt  $\lambda = 2.69 \pm 0.05$  entsprechend einer kritischen Wellenzahl  $k = 2.34 \pm 0.05$ . Die kritischen Parameter wurden aus den visuellen Untersuchungen ermittelt und durch die LDA-Messungen bestätigt. Abbildung 3 zeigt Fotos der superkritischen Strömung bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen ( $Re^p = 250$  und  $400$ ). Bei höheren Reynoldszahlen wachsen die Amplituden höherer Harmonischer in  $z$ -Richtung sehr stark an. Dies ist auf den Fotos der  $(x,z)$ -Ebene (Abbildung 3e und 3f) sehr gut zu erkennen. Die Aufnahmen in Abbildung 3(a), (b) und (c) der  $(x,y)$ -Ebene des Cavity zeigen deutlich die Verschiebung der Wirbelzentren.

Die experimentell auftretende dreidimensionale Strömung kann aufgrund ihrer Struktur, den kritischen Parametern und des Verlaufs der kritischen Kurve  $Re = Re_c(\Gamma)$  (nicht gezeigt) eindeutig als die superkritische Strömung identifiziert werden, die aus der von Albensoeder 2004 und Albensoeder et al. 2002b vorhergesagten Instabilität hervorgeht. Die Strömungsform wird daher entsprechend der Notation von Albensoeder 2004 und Albensoeder et al. 2002b  $C^P$ -Mode genannt. Die numerisch berechneten kritischen Reynoldszahlen betragen zum Vergleich  $Re^{p\text{ num}} = 209.5 \pm 0.6$ . Die kritische Wellenlänge beträgt  $k^{\text{ num}} = 2.404 \pm 0.002$ .

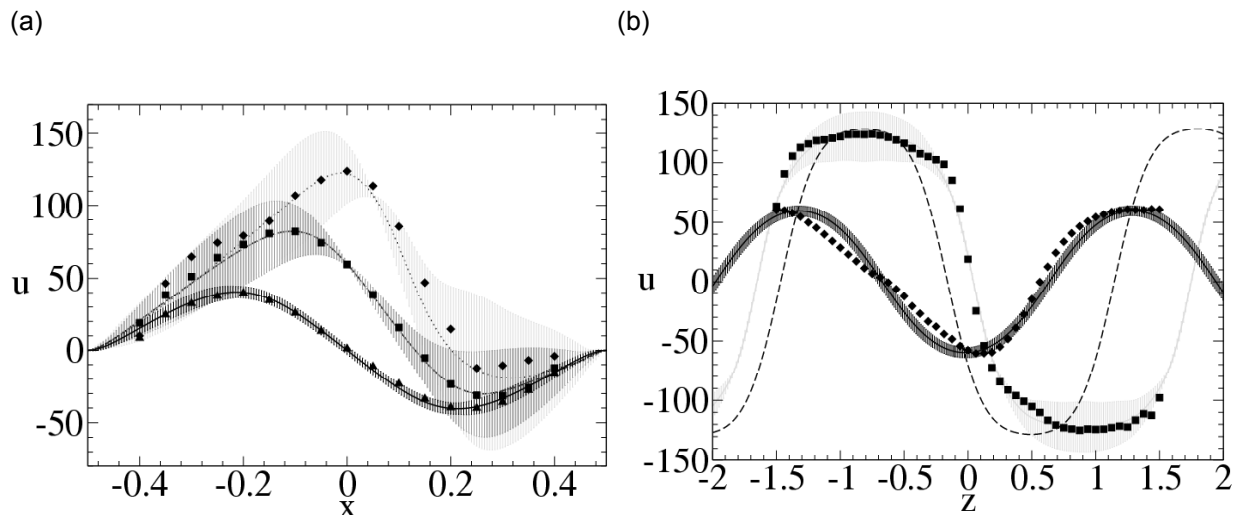


Abb. 4: Gemessene (Symbole) und berechnete Geschwindigkeitsprofile (Linien). (a)  $u(x, -0.2904, z^*)$  für  $Re^p = 150$  (Dreiecke), 250 (Quadrate) und 400 (Rauten),  $z = z^*$  bezeichnet den Punkt an der die Geschwindigkeit  $u$  entlang der Linie  $(x, y) = (0, -0.2904)$  für  $Re \geq Re_c$  ihren maximalen Betrag aufweist. (b)  $u(0, -0.2904, z)$  für  $Re^p = 250$  (Rauten, dunkelgraue Kurve) und 400 (Quadrate, hellgraue Kurve  $\lambda = 3.39$ , gestrichelte Kurve  $\lambda = 2.69$ )

Die Daten stimmen sehr gut mit den experimentell ermittelten Daten überein. Albensoeder 2004 und Albensoeder et al 2002b führen das Auftreten der stationären Mode auf eine Kombination aus einem zentrifugalen und einem elliptischen Instabilitätsmechanismus zurück.

Abbildung 4(a) und (b) zeigen die aufgenommenen Geschwindigkeitsprofile  $u(x)$  (a) und  $u(z)$  (b) für  $Re^p = 150$  (nur in Abb. 4a),  $Re^p = 250$  und  $Re^p = 400$  im Vergleich zu den numerisch berechneten Daten (Albensoeder 2005). Die numerischen Daten sind als Kurven dargestellt und die experimentellen Daten als Symbole. Experimentell hat sich gezeigt, dass die Wellenlänge für  $Re^p = 400$  mit  $\lambda = 3.3$  höher ist als die kritische Wellenlänge. Daher wurde auch die numerische Rechnung für  $Re^p = 400$  mit  $\lambda = 3.39$  durchgeführt. Die Fehlerbalken der numerischen Daten repräsentieren den theoretischen maximal möglichen Fehler, der sich aufgrund eines Positionsunterschied innerhalb des LDA-Messvolumens ergeben kann. Die experimentellen Daten stimmen bei allen Reynoldszahlen gut mit den numerischen Berechnungen überein. Bei den Profilen  $u(x)$  in Abb. 4(a) sind jedoch bei höheren Reynoldszahlen zunehmende Abweichungen in der Nähe der bewegten Wände zu erkennen. Das Geschwindigkeitsprofil  $u(z)$  für  $Re^p = 250$  (Abb. 4b) zeigt außerdem stärkere Anharmonizitäten als theoretisch vorhergesagt. Die Ursache dieser Anharmonizitäten, konnte leider nicht eindeutig geklärt werden. Eine möglich Ursache besteht darin, dass die Phase der Mode in dem in  $z$ -Richtung lang ausgedehnten Behälter nicht besonders gut 'gepinnt' ist. Daher kann ein schwacher Durchfluß in  $z$ -Richtung, bedingt durch leichte Asymmetrien der Geometrie, geringe Translationen des Musters verursachen. In Abbildung 4(b) für  $Re^p = 400$  ist zum Vergleich die numerisch berechnete Kurve für die kleinere kritische Wellenlänge aufgetragen, die experimentell jedoch nicht realisiert wird. Es ist deutlich, dass die Kenntnis der tatsächlich realisierten Wellenlänge für die Vergleichbarkeit der Daten entscheidend ist.

Abbildung 5 zeigt die quadrierten Geschwindigkeitswerte  $u$  als Funktion der Reynoldszahl. Der numerisch für die Mode  $C^p$  vorhergesagte quadratwurzelförmige Verlauf der Verzweigung sowie das superkritische Bifurkationsverhalten werden durch die LDA-Messungen sehr gut bestätigt

## 6.6

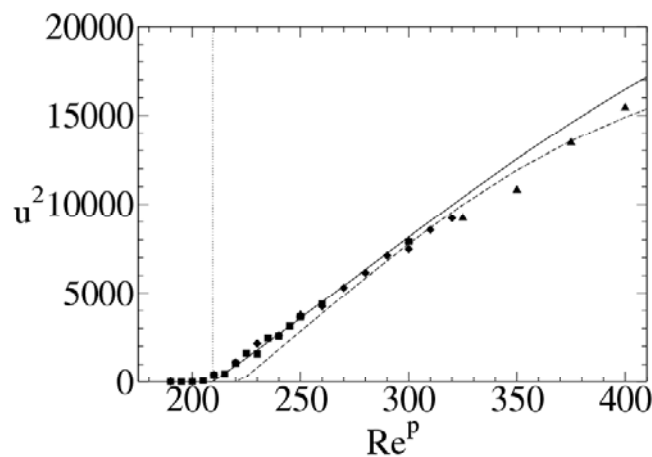


Abb. 5: Quadrierte Geschwindigkeit  $u(\text{Re}^p)$  an der Stelle  $(x,y,z) = (0,-0.2904,z^*)$  für  $\text{Re}^p = 190$  bis 400. Die unterschiedlichen Symbole stehen für unterschiedliche LDA-Messungen bei gleichen Bedingungen. Numerische Daten:  $\lambda = 2.69$  (durchgezogene Linie),  $\lambda = 3.39$  (gestrichelte Linie), lineare Stabilitätsgrenze (gepunktete Linie)

Zukünftige Untersuchungen werden sich auf die Ermittlung weiterer quantitativer Daten konzentrieren. Dabei sind auch andere Moden der primären Instabilitäten bei anderen Aspektverhältnissen und anderem Antrieb von Interesse. Es sollen neben LDA-Messungen auch PIV-Messungen durchgeführt werden. Einen weiteren Schwerpunkt bildet die Untersuchung höherer Instabilitäten bis hin zur Messung turbulenter Strömungsgrößen.

### Danksagung

Diese Arbeit wurde durch die Friedrich-Ebert-Stiftung und die Deutsche Forschungsgemeinschaft (Kennziffer Ku 896/14-1) unterstützt.

### Literatur

- Aidun, C. K., Triantafillopoulos, N. G., 1997: High-speed blade coating, In: *Liquid film coating*, Kistler, S. F., Schweizer P. M. (eds.), Chapman and Hall, London, 637-672
- Albensoeder, S., 2004: *Lineare und nichtlineare Stabilität inkompressibler Strömungen im zweiseitig angetriebenen Rechteckbehälter*, Cuvillier Verlag, Göttingen
- Albensoeder, S., 2005: Persönliche Mitteilung
- Albensoeder, S. & Kuhlmann, H. C., 2002a: Linear stability of rectangular cavity flows driven by anti-parallel motion of two facing walls, *J. Fluid Mech.* 458, 153-180
- Albensoeder, S. & Kuhlmann, H. C., 2002b: Three-dimensional instability of two counter-rotating vortices in a rectangular cavity driven by parallel wall motion, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 21, 307-316.
- Albensoeder, S. & Kuhlmann, H. C., 2003: Stability balloon for the double-lid-driven cavity flow, *Phys. Fluids* 15, 2453-2456
- Albensoeder, S. & Kuhlmann, H. C., 2005: Accurate three-dimensional lid-driven cavity flow, *J. Comput. Phys.* 206, 536-558
- Blohm, C., Albensoeder, S., Kuhlmann, H. C., Broda, M. & Rath, H. J., 2001: The two-sided lid-driven cavity: Aspect-ratio dependence of the flow stability, *Z. Angew. Math. Mech.* 81 (Supplement 3), 781-782
- Blohm, C. & Kuhlmann, H. C., 2002: The two-sided lid-driven cavity: Experiments on stationary and time-dependent flows, *J. Fluid Mech.* 450, 67-95
- Bödewadt, U. T., 1940: Die Drehströmung über festem Grunde, *Z. Angew. Math. Mech.* 20, 241-253

- Kuhlmann, H. C. & Albensoeder, S., 2003: Instabilities and bifurcations in lid-driven cavity flows, Proc. Appl. Math. Mech. 3, 372-373
- Kuhlmann, H. C. & Albensoeder, S. (2005): Strained vortices in driven cavities, Z. Angew. Math. Mech. 85, 387-399
- Shankar, P. N. & Deshpande, M. D., 2000: Fluid mechanics in the driven cavity, Annu. Rev. Fluid Mech. 32, 93-136
- Siegmann-Hegerfeld, T., Schmidt, J.-R., Albensoeder, S. und Kuhlmann, H. C., 2005: Experiments on the flow stability in a double-lid-driven cavity, Proc. Appl. Math. Mech. 5, 551-552